PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 12. 15. Juni 1921. Redaktionsschluß für No. 14 am 24. Juni 1921. 22. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

R. Glocker u. W. Traub, Das photographische Schwärzungsgesetz der Röntgenstrahlen. S. 345.

H. Th. Wolff, Über die Abhängigkeit der Reichweite der α-Strahler von der Anzahl der Bestandteile ihrer Atomkerne. S. 352.

W. Hahnemann u. H. Hecht, Die Grundform des gasförmigen akustischen Schwingungsgebildes. S. 353.

W. Geyger, Ein Verfahren zur experimentellen Aufnahme und Darstellung elektrischer Stromkurven in Polarkoordinaten. S. 360.

Karolus und Prinz Reuß, Über eine einfache Methode zur Bestimmung von Kapazitäten mittels Glühkathodenröhre. S. 362.

A. Schulze, Berichtigung zu der „Theorie der Volumdilatation bei konzentrierten Lösungen". S. 363.

Zusammenfassende Bearbeitungen:

W. Porstmann, Untersuchungen über Aufbau und Zusammenschluß der Maßsysteme. (Schluß.) S. 363.

Tagesereignisse. S. 368.

Personalien. S. 368.

Angebote. S. 368.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Das photographische Schwärzungsgesetz der Röntgenstrahlen.

Von R. Glocker und W. Traub.

Die Abhängigkeit der Schwärzung der photographischen Platte von Intensität und Wellenlänge der wirksamen Strahlung, von Expositionsdauer und Entwicklungsverfahren ist für das optische Spektrum durch eingehende Untersuchungen[1]) erforscht worden, während für Röntgenstrahlen in dieser Hinsicht nur wenig Quantitatives bekannt ist. Über die photographische Wirkung homogener Röntgenstrahlen liegt nur eine einzige Arbeit vor: Friedrich und Koch[2]) verwenden als Strahlungsquelle die charakteristische Eigenstrahlung verschiedener Metalle und erzeugen mit Hilfe eines Röhrenphotometers mit verschiedener Strahlungsintensität bei gleichbleibender Zeit verschieden starke Schwärzungsmarken auf der Platte. Wegen der langen, mehrere Stunden beanspruchenden Expositionszeiten ist die Untersuchung auf das Gebiet der kleinen Schwärzungen, etwa $S < 1{,}1$ (nach Abzug der Schleierschwärzung) beschränkt.

Eine vollständige Aufnahme der Schwärzungskurve erfordert eine Versuchsanordnung, bei der in wesentlich kleineren Zeiten als bei Friedrich und Koch starke Schwärzungen erreicht werden können. Aus diesem Grunde wurde von der Methode des Röhrenphotometers ganz abgesehen und an Stelle der Intensitätskurve die Zeitkurve der Schwärzung aufgenommen.

1) I. M. Eder: Wiener Akad. Ber. Bd. 108, Abt. IIa, 1899; G. Leimbach, Zeitschr. für wiss. Photographie **7**, 157 ff., 1909.

2) W. Friedrich und P. P. Koch, Ann. d. Phys. **45**, 399, 1914.

Wie der eine von uns[1]) anläßlich der Verwendung der Eigenstrahlungserregung zum Zweck der Strahlenanalyse gezeigt hat, gelingt es durch entsprechende Anordnung des Sekundärstrahlers (in geringem Abstand von der Platte) in wenigen Minuten starke Schwärzungen hervorzurufen. Damit ist die Möglichkeit gegeben, die ganze Schwärzungskurve in Abhängigkeit von der Zeit bequem aufnehmen zu können. Voraussetzung ist dabei, daß die primäre Röntgenstrahlung völlig konstant bleibt. Mit welcher Genauigkeit diese Bedingung mit Hilfe einer Coolidgeröhre erfüllt werden konnte, wird im § 2 eingehend besprochen werden.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in 3 Teile:

1. Die Bestimmung der Schwärzung als Funktion der Expositionszeit für eine bestimmte Wellenlänge und Entwicklungsweise.

2. Der Verlauf der Schwärzungskurven für verschiedene Wellenlängen.

3. Die Bestimmung der Schwärzung als Funktion des Produktes aus Intensität und Zeit (Bunsensches bzw. Schwarzschildsches Gesetz).

Die Erledigung dieser 3 Aufgaben liefert bei Verwendung einer bestimmten, angegebenen Entwicklungsweise[2]) die Möglichkeit, alle auftretenden Fragen mit Ausnahme derer, wo es sich um eine Zurückführung der Schwärzung von Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlängen auf deren absolute Intensitäten handelt, quantitativ beantworten zu können.

1) R. Glocker, Fortschr. a. d. Gebiet der Röntgenstr. **24**, 91, 1916.

2) Betr. des Einflusses der Entwicklungsweise wird auf die demnächst erscheinende Dissertation von Schlechter verwiesen.

§ 1. Versuchsanordnung und Photometrie.

Zur Ausblendung des Primärstrahlenbündels dienten die drei Bleiblenden A_1 (mit verschließbarer Bleiklappe), B_1 und B_2 von $2 \times 2{,}5$ bzw. $0{,}8 \times 1{,}6$ cm Öffnung. Der Abstand der Antikathode von dem Sekundärstrahler S, der $2{,}5 \times 3{,}8$ cm groß war, betrug 39 cm. Durch die mit Aluminiumblech ausgefütterte Bleiblende D wurde ein solcher Sekundärstrahlenkegel ausgeblendet, daß auf der 9×12 cm großen photographischen Platte P ein Schwärzungsfeld von 2×2 cm entstand. Blenden, Sekundärstrahler und Platte waren in einem bleigedeckten Zinkkasten untergebracht, der auf der Seite gegen die Röhre noch durch eine große Bleiwand A geschützt war. Durch zwei außen am Kasten angebrachte Triebe konnte mittels einer vertikalen und einer horizontalen Schlittenverschiebung jede gewünschte Stelle der Platte vor die mit schwarzem Papier verschlossene Öffnung D gebracht werden, so daß im Maximum 12 Felder auf einer Platte erzeugt werden konnten. Beim Exponieren lag die Platte der Blende D dicht an, um eine scharfe Abgrenzung der einzelnen Schwärzungsfelder zu erzielen. Beim Verschieben wurde mit Hilfe einer kastenförmigen Führung K die Platte von D um einige Millimeter abgehoben, um Entstehung von Schwärzungen infolge mechanischen Druckes zu vermeiden.

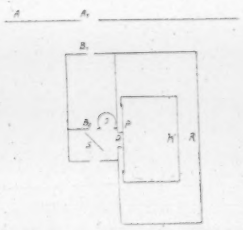

Fig. 1.

Um gleichzeitig mit der photographischen Wirkung die Ionisationswirkung der erzeugten Eigenstrahlung von S messen zu können, war bei J eine 6 cm lange zylindrische Ionisationskammer von 1,2 cm Durchmesser eingebaut. Die zentrale Elektrode war mit einem Wulfschen Elektrometer verbunden. Diese Anordnung ermöglichte erstens die Kontrolle der Strahlungskonstanz der Röntgenröhre und zweitens die Messung der relativen Intensitäten der Eigenstrahlung von S bei ein und demselben Strahler S und geänderter Betriebsweise der Röntgenröhre.

Da der Abstand zwischen P und S nur 4 cm betrug, war das streuende Luftvolumen wesentlich kleiner als bei den früheren Versuchen von Friedrich und Koch. Alle Wände in der Umgebung von S und P waren mit 0,2 mm dicker Aluminiumfolie belegt, um eine Sekundärstrahlung der Zinkwände zu vermeiden. Als Rückwand der Plattenkassette diente ein Aluminiumblech von 1 mm Dicke. Daß bei dieser Anordnung keine störenden Sekundärstrahlungen auf die Platte auftreffen, zeigen frühere Versuche des einen von uns[1]). Daß von der Rückseite der Platte keinerlei störende Wandstrahlung aufgenommen wurde, geht auch daraus hervor, daß die Zwischenräume zwischen den einzelnen Schwärzungsfeldern auf der photographischen Platte selbst bei den längsten Expositionszeiten völlig klar bleiben.

Als Sekundärstrahler wurden die in Tab. I angegebenen Stoffe verwandt (chemisch reine Präparate von Kahlbaum). Die Strahlungen sind insofern homogen, als sie nur zwei[2]) um etwa 10 Proz. verschiedene Wellenlängen enthalten, von denen die langwelligere K_α-Linie welche erheblich intensiver ist als die K_β Linie, in der Tab. I angegeben ist. Die Härte der Primärstrahlung wurde dem Anregungsgebiet der Strahler entsprechend eingestellt.

Tabelle I.

Sekundärstrahler	Wellenlänge für $K\alpha$ in Ångström	Halbwertschicht in Millimeter Aluminium
Selen	1,10	0,13
Strontium	0,87	0,25
Molybdän	0,71	0,55
Silber	0,56	1,0
Antimon	0,47	2,1
Barium	0,39	3,3

Alle Strahler wurden mit ungefilterter Primärstrahlung erregt. Da beim Barium vielleicht die L-Serie, die miterregt wird, nicht völlig in dem Luftraum zwischen S und P und in der Papierschicht bei D absorbiert wurde (Halbwertschicht in Aluminium 0,001 mm), wurde zur Kontrolle auf den Strahler eine chemisch reine Aluminiumfolie von 0,15 mm Dicke aufgelegt.

Die Coolidgeröhre wurde mit hochgespann-

1) R. Glocker, Fortschr. a. d. Gebiet der Röntgenstr. **24**, 98, 1916.

2) Von der sehr schwachen, nahezu mit $K\beta$ zusammenfallenden K_γ-Linie kann hier abgesehen werden.

tem Wechselstrom betrieben, von dem mittels eines synchron rotierenden Nadelschalters jeweils Stromimpulse von gleicher Richtung herausgeschnitten wurden (Reformapparat nach Dessauer). Den Primärstrom für den Ankerumformer lieferte die Akkumulatorenbatterie des Physikalischen Institutes[1]).

Als Plattenmaterial wurden vorwiegend die Hauff[2])-Röntgenplatten benützt. Die Entwicklung der Platte erfolgte völlig im Dunkeln 5 Minuten lang im frisch bereiteten Entwickler folgender Zusammensetzung bei 18° C.:

A. Wasser	100,0,
Natr. Sulfit (krist.) . .	40,0,
Adurol (Hauff)	5,0,
Pottasche	30,0,
Bromkali	0,1.
B. Wasser	500,0.

A und B zu gleichen Teilen vor dem Gebrauch gemischt.

Die Platten wurden 2—3 Minuten in fließendem Wasser abgespült, 20 Minuten in saurem Fixierbad fixiert und etwa $1^1/_2$ Stunden ausgewaschen. Künstlich beschleunigte Trocknung der Platte wurde vermieden.

Die Photometrie der Platten erfolgte zum Teil mit einem Martensphotometer, zum Teil mit einem nach dem Vorgang von Siegbahn[3]) selbst gebauten Photometer, bei dem die Lichtwirkung auf eine Thermosäule galvanometrisch gemessen wird. Soviel uns bekannt, sind solche Photometer bisher nur zu relativen Schwärzungsmessungen in willkürlichen Einheiten verwendet worden; während uns das Instrument zur Messung der Schwärzung in absolutem Maß diente.

Die Definition der absoluten Schwärzung S durch die Beziehung

$$S = \log_{10} \frac{J_0}{J}$$

(J_0 auf die Schwärzungsstelle der Platte auffallende, J hindurchgegangene Lichtintensität) erfordert, um ganz exakt zu sein, die Angabe der spektralen Zusammensetzung der Lichtquelle. Soweit es sich um optische Methoden handelt, insbesondere solche, bei denen das Auge als Strahlungsreagens dient, genügt die Angabe[1]) „weißes Licht". Bei Verwendung einer Thermosäule wird sich aber der Einfluß der spektralen Zusammensetzung der zum Photometrieren dienenden Strahlung wegen der starken Wirkung der ultraroten Gebiete deutlich bemerkbar machen. Um zu prüfen, inwieweit das mit der Thermosäule erhaltene Verhältnis

$$\log \frac{J_0}{J} = S$$

mit der optisch unter Benützung des Auges bestimmten Schwärzung S_N übereinstimmt, wurde eine Hartmannsche Schwärzungsskala mit der Thermosäule photometriert und in den Strahlengang Wasserfilter verschiedener Dicke (0—17 cm) eingeschaltet.

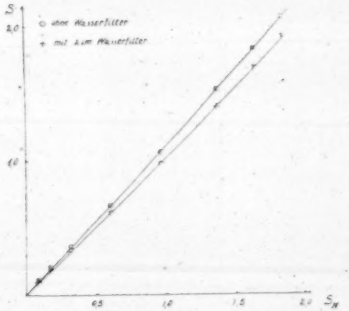

Fig. 2.

Wie Fig. 2 zeigt, ergeben sich nach Abzug der Schleierschwärzung lauter Gerade durch den Nullpunkt, welche sich mit zunehmender Ausschaltung der ultraroten Strahlen der 45°-Geraden annähern[2]), so daß allgemein gilt

$$S = \alpha \cdot S_N.$$

Wegen dieser einfachen Gesetzmäßigkeit, daß die Absorption der ultraroten Strahlen in der Silberschicht proportional der der Lichtstrahlen erfolgt, ist die Anwendung eines Was-

1) Herrn Professor Dr. Regener danken wir auch an dieser Stelle bestens dafür, daß die Batterie uns zu alleiniger Verfügung stand, so daß die Primärspannung stets ganz konstant war.

2) Von der chemischen Fabrik Hauff haben wir vielseitige Unterstützung erfahren dürfen, für die wir zu großem Danke verpflichtet sind.

3) Ann. d. Phys. **42**, 689, 1913; **46**, 289, 1915.

1) Nach einer freundlichen brieflichen Mitteilung von Herrn Professor Dr. Hartmann, dem wir auch an dieser Stelle für die Herstellung der Schwärzungsnormalen bestens danken, stimmen die bei verschiedenen Lichtquellen optisch erhaltenen Schwärzungswerte innerhalb weniger Prozente überein.

2) Der Umstand, daß auch bei völliger Ausschaltung der ultraroten Strahlen die Thermosäule für S um 4 Proz. größere Werte liefert, ist damit zu erklären, daß die Linse hinter der Platte bei unserer Anordnung etwas weiter entfernt ist als beim Hartmannschen Mikrophotometer (Zerstreuung der Lichtstrahlen in der Silberschicht).

serfilters oder die Eichung mit einer Schwärzungsnormale entbehrlich, wenn nur das Verhältnis von absoluten Schwärzungen zu bestimmen ist.

Das Thermosäulenphotometer eignet sich gut für kleine Schwärzungen, während es für $S > 1$ wegen der kleinen Galvanometerausschläge wenig genaue Werte liefert.

§ 2. Die Schwärzung als Funktion der Zeit.

Bei Lichtstrahlen ist es üblich, bei der Schwärzungskurve 3 Teile zu unterscheiden: Das Gebiet der Unterexposition, in dem die Zunahme der Schwärzung annähernd proportional mit der Belichtungszeit erfolgt, das Gebiet der normalen Exposition, in dem die Schwärzung mit dem Logarithmus der Zeit zunimmt, das Gebiet der Überexposition, in dem die Schwärzung kaum merklich zu- und schließlich wieder abnimmt (Solarisation).

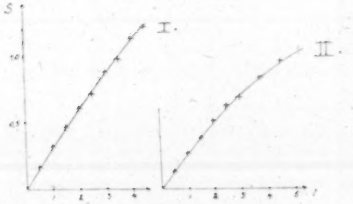

Fig. 3.

Zunächst wurde das Gebiet der Schwärzungen bis etwa $S = 1$ untersucht. 2 typische Kurven sind in Fig. 3 dargestellt; I ist $5^1/_2$ Minuten bei 18,5°, II $4^1/_2$ Minuten bei 17,6° entwickelt.

Tabelle II.

Belichtungszeit in Minuten	Absolute Schwärzung I	II
$^1/_2$	0,17	0,13
1	0,33	0,27
$1^1/_2$	0,47	0,38
2	0,61	0,51
$2^1/_2$	0,72	0,63
3	0,88	0,69
$3^1/_2$	0,98	—
$3^3/_4$	—	0,84
4	1,15	—
$4^1/_2$	1,22	0,96
Schleier	0,29	0,25

Wie die Fig. 3 zeigt, gilt der Befund von Friedrich und Koch[1]), daß die Schwärzungskurve bis etwa $S = 1$ eine Gerade ist, nur für eine bestimmte Entwicklungsdauer und Entwicklungstemperatur. Die chemische Natur der Entwicklungssubstanz ist von geringem Einfluß, insofern als nach unseren Untersuchungen sich für die meisten bekannteren Entwickler[1]) ein optimales Entwicklungsverfahren ausfindig machen läßt, bei dem sich bis $S = 1$ ein geradliniger Verlauf der Schwärzungskurve ergibt. Allgemein läßt sich feststellen, daß lange Entwicklung und erhöhte Temperatur in diesem Sinne günstig wirkt.

Bei der Vergleichung von Röntgenstrahlenintensitäten[2]) auf Grund photographischer Schwärzungen ist es nötig, diesem Umstand Rechnung zu tragen und nicht allgemein als gültig anzunehmen, daß bis $S = 1$ Schwärzung und Belichtungszeit bzw. Intensität proportional sind. Dagegen wird man nach unseren Beobachtungen bei den praktisch wichtigen Entwicklungsverfahren (Metol-Hydrochinon, Adurol, -Glyzin, Standentwicklung) bei den üblichen Entwicklungsdauern und Temperaturen (15—20°) bis etwa $S = 0{,}6$ (einschließlich der Schleierschwärzung) immer diese Proportionalität als gut erfüllt annehmen dürfen.

Das von Friedrich und Koch bei mehrstündiger Exposition erhaltene Ergebnis, daß die Schwärzungskurve bis herab zu $S = 0$ geradlinig verläuft, findet sich bei unseren kurzzeitigen Aufnahmen wieder. Die Tatsache, daß die durch Röntgenstrahlen hervorgerufene Schwärzung im Gegensatz zu der durch Licht hervorgerufenen keinen Schwellenwert zeigt, geht auf das deutlichste aus Fig. 4 hervor;

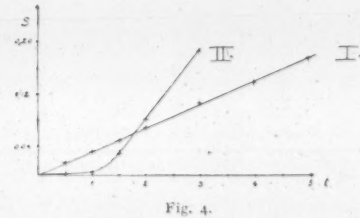

Fig. 4.

I ist eine Röntgenstrahlenkurve, II eine unter möglichst gleichen Bedingungen (an der Stelle des Sekundärstrahlers S befand sich ein Gipsblättchen, das von einer in $1^1/_2$ m Abstand vor

1) Rodinalentwicklung 8 Minuten.

1) Die betreffenden Kurven finden sich in der demnächst erscheinenden Dissertation von Schlechter.

2) Die Berechtigung dafür, daß hier Zeitkurve und Intensitätskurve der Schwärzung miteinander identifiziert werden, folgt aus dem § 4. (Gültigkeit des Bunsenschen Reziprozitätsgesetzes.)

der Blende B_1 aufgestellten Azolampe beleuchtet wurde), erhaltene Lichtkurve. Während bei Koch und Friedrich die Schleierschwärzungen 0,38—0,78 betrugen, sind diese bei unseren Aufnahmen viel kleiner, nämlich nur 0,09. Dies ist insofern wichtig, als ein kleiner Schwellenwert durch Schleierschwärzung möglicherweise verdeckt werden kann.

Tabelle III.

Belichtungszeit in Metallen	Absolute Schwärzung I	II
0,5	0,017	0,000
1	0,034	0,002
1,5	0,049	0,033
2	0,070	0,083
3	0,107	0,185
4	0,138	—
5	0,173	—
Schleier	0,09	0,10

Zur Sicherung des Resultates wurden die Felder mit den kleinen Schwärzungen jeweils doppelt auf die Platten gedruckt. Das Fehlen eines Schwellenwertes für Röntgenstrahlen scheint darauf hinzudeuten, daß die Wirkung der Röntgenstrahlen auf die photographische Platte eine prinzipiell andere ist als die der Lichtstrahlen[1]).

Das Gebiet der sogenannten normalen Exposition ist in Tab. IV und in Fig. 5 dargestellt

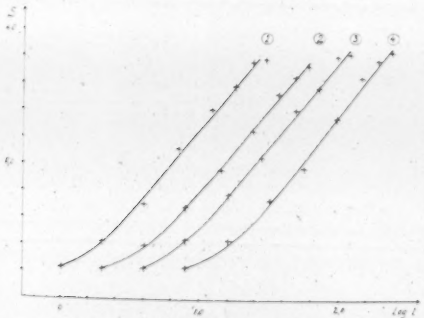

Fig. 5.

(Abszisse: Logarithmus der Zeit). Von etwa $S = 1{,}3$ bis nahezu 4 ist die Schwärzung proportional dem Logarithmus der Belichtungszeit, so daß sich hierin die Röntgenstrahlen ganz analog wie die Lichtstrahlen verhalten. Der Beginn der logarithmischen Geraden ist von der angewandten Entwicklungsweise abhängig (bei Fig. 5: $5^1/_2$ Minuten bei 18°).

Tabelle IV.

Expositionszeit in Minuten	Absolute Schwärzung Kurve: 1 (Strontium)	2 (Silber)	3 (Antimon)	4 (Barium)
1	0,45	0,44	0,45	0,47
2	0,83	0,79	0,89	0,88
4	1,40	1,37	1,56	1,48
7	2,23	1,92	2,09	1,95
12	2,82	2,50	2,82	2,70
18	3,14	3,07	3,11	3,31
24	3,93	3,29	3,63	3,54
30	3,97	3,47	3,65	3,69
Schleier	0,22	0,21	0,22	0,21

Anläßlich einer Untersuchung über die Ausmessung der Streustrahlung innerhalb des streuenden Mediums wurde gefunden[1]), daß im Gebiet der normalen Exposition die auf einer entwickelten Platte befindliche Silbermenge, welche chemisch analytisch bestimmt wurde, genau proportional dem Logarithmus der Expositionszeit zunimmt.

Im Verein mit der eben erwähnten logarithmischen Zunahme der Schwärzung ergibt sich hieraus, daß für Röntgenstrahlen, ebenso wie früher[2]) für Lichtstrahlen beobachtet wurde, die absolute Schwärzung (wenigstens im Gebiet der normalen Exposition) direkt proportional ist dem Gewicht des auf der Flächeneinheit der Platte ausgeschiedenen metallischen Silbers.

Genauigkeit der Messungen: Voraussetzung für die richtige Aufnahme der Zeitschwärzungskurven ist eine absolut konstante Röntgenstrahlenquelle. Messungen der vom Sekundärstrahler S ausgesandten Strahlungsintensität mit Hilfe der Ionisationskammer J (Fig. 1) ergaben eine überraschende Konstanz der Coolidgeröhre[3]). Bei einer Serie von 6 Ionisationsmessungen mit einer Beobachtungsdauer von je 5 Minuten betrug der Unterschied zwischen dem größten und kleinsten Wert des Ionisationsstromes nur 0,8 Proz., so daß Strahlungsschwankungen als Fehlerquelle gar nicht in Betracht kommen. Bei der Ausphotometrierung der Platten, wobei jeweils auf die Mitte der Felder eingestellt wurde, ergaben sich zu verschiedenen Zeiten und bei verschiedenen Beobachtern Abweichungen von etwa 1 Proz.

1) Vgl. hierzu die Anschauung von Lüppo-Cramer, daß die photographische Wirkung der Röntgenstrahlen in einer mechanischen Zerstäubung des Silberkornes bestehe.

1) Glocker und Rothacker, Fortschritte auf dem Gebiete der Röntgenstrahlen. 1921.

2) J. M. Eder, Handbuch der Photographie 3, 222.

3) Der Heizstrom der Coolidgeröhre wurde mit einem feinstufigen Widerstand stets genau konstant gehalten.

Tabelle V.

Platte Nr.	14	61	58	57
Mittlere Schwärzung	0,6	1,0	1,1	1,3
Mittlerer Fehler des Resultates	$\pm 2^1/_4$ Proz.	± 2 Proz.	$\pm {}^3/_4$ Proz.	$\pm {}^1/_2$ Proz.
Maximale Abweichung des hellsten und dunkelsten Feldes	± 7 Proz.	± 5 Proz.	± 2 Proz.	$\pm 1^1/_2$ Proz.

Die Hauptfehlerquelle liegt an der Beschaffenheit der photographischen Platte. Die ungleichmäßige Schichtdicke bedingt bei den Röntgenstrahlen infolge ihrer größeren Tiefenwirkung stärkere lokale Verschiedenheiten der Empfindlichkeit als beim Licht.

Bei einer Reihe von Platten wurden auf jeder Platte 6 verschiedene Stellen mit gleicher Intensität bestrahlt; die Unterschiede zwischen dem größten und kleinsten Wert der Schwärzung sind für einige Platten in Tab. V angegeben; entsprechend dem Charakter der Schwärzungskurve sind für große Schwärzungen (normale Exposition) die lokalen Empfindlichkeitsunterschiede prozentual kleiner als für kleine Schwärzungen (Unterexposition); Unterschiede in der Dicke der Schicht wirken nämlich in gleicher Weise wie Verschiedenheiten der auftreffenden Strahlungsintensität.

Außerdem war der Schwankungsbereich der Empfindlichkeit unter sonst gleichen Verhältnissen für die verschiedenen Exemplare von Platten verschieden; die ungünstigsten überhaupt beobachteten Werte ergaben sich bei Platte Nr. 14, Tab. V.

Durch Verwendung von Spiegelglasplatten läßt sich eine größere Konstanz der Empfindlichkeit erreichen. Es wurde von der Verwendung von Spiegelglas jedoch abgesehen, weil es uns wichtig erschien, die Verhältnisse der photographischen Platte in der allgemein üblichen Form ihrer technischen Verwendung zu untersuchen.

§ 3. Die Schwärzungskurve als Funktion der Wellenlänge.

Beim Licht ist die Frage, ob die verschiedenen Wellenlängen bei gleicher Entwicklung verschiedene Schwärzungskurven besitzen, noch nicht eindeutig entschieden. Während Eder[1]) diese Frage bejaht, findet Leimbach[2]), daß im Gebiet der normalen Exposition die Schwärzungskurven der Wellenlängen zwischen 700 μμ und 415 μμ einander parallel verlaufen und völlig zur Deckung gebracht werden können.

Um diese Frage für Röntgenstrahlen zu untersuchen, wurden mit den in § 1 angegebenen Strahlungen verschiedene Platten exponiert und dann Gruppen von 3—6 Platten gleichzeitig entwickelt. Ein Beispiel für eine solche Serie liefert Fig. 5 und Tab. IV. Die logarithmischen Geraden verlaufen alle parallel. Besondere Sorgfalt wurde auf die Entdeckung einer bei Überschreitung der Brom- bzw. Silberabsorptionsbandkante etwa auftretenden Änderung im Typus der Schwärzungskurven verwandt (Anwendung von Strahlungen mit Wellenlängen dicht vor und hinter der Bandkante, Strontium—Molybdän bzw. Silber—Antimon). Es ergaben sich keine nachweisbaren Unterschiede.

Tabelle VI.

Belichtungszeit in Minuten	Absolute Schwärzung Selenstrahlung	Silberstrahlung
0,5	0,23	—
1,5	0,59	0,61
3	1,09	1,04
5	1,52	1,55
8	2,16	2,10
12	2,68	2,63
16	2,96	2,96
20	3,13	3,28
Schleier	0,10	0,09

Die Unabhängigkeit der Schwärzungskurve von der Wellenlänge geht besonders deutlich aus Fig. 6 hervor (Tab. VI). Durch entsprechende Betriebsweise der Coolidgeröhre wurde erreicht, daß bei Selen- und Silberstrahlung

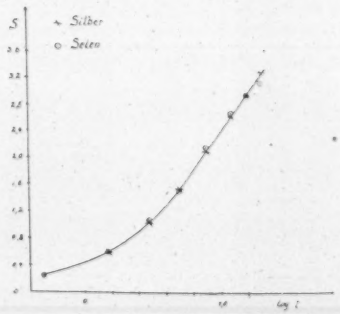

Fig. 6.

1) l. c.
2) l. c.

bei einer bestimmten Expositionszeit sich gleiche Schwärzungen ergaben. Dann sind, wie Fig. 5 zeigt, auch für alle anderen Expositionszeiten die Schwärzungen bei beiden Strahlungen gleich groß.

Diese überraschende Einfachheit des Schwärzungsgesetzes der Röntgenstrahlen ist von großer praktischer Bedeutung. Bei einem Strahlengemisch beliebiger, aber konstanter Zusammensetzung kann die Intensität photographisch bestimmt werden. In der Röntgenspektroskopie werden zum Beispiel Spektrallinien, welche bei einer beliebigen Expositionszeit gleiche Schwärzung zeigen, stets beide gleich geschwärzt bleiben, wenn die Spektralaufnahme länger oder kürzer belichtet wird.

Weiter folgt aus unseren Messungen die Unhaltbarkeit einer in der Röntgentechnik verbreiteten Anschauung, daß sehr harte Röntgenstrahlen bei noch so langer Expositionszeit keine solch intensiven Schwärzungen erzeugen wie weiche Strahlen.

Eine Verfeinerung der Untersuchungsmethode durch Verwendung streng monochromatischer Röntgenstrahlen (Spektrallinien) erschien uns auf Grund unserer Ergebnisse keine wesentlich neuen Resultate zu versprechen und wurde daher entgegen der ursprünglichen Absicht nicht ausgeführt.

§ 4. Das Schwarzschildsche Gesetz.

Die Beziehung zwischen der Zeitkurve und der Intensitätskurve der Schwärzung wird beim Licht durch das Schwarzschildsche Gesetz hergestellt: Gleiche Schwärzung ergibt sich immer dann, wenn

$$it^p = \text{const.} \quad \text{ist.}$$

i Lichtintensität, t Expositionszeit.

Der Exponent p liegt beim Licht für die verschiedenen Plattensorten nach den Beobachtungen von Leimbach zwischen 0,85 und 0,95.

Für nicht homogene Röntgenstrahlen ist diese Beziehung von Krönckе[1]) geprüft worden; aus seinen Beobachtungen an dem Strahlengemisch einer technischen Röntgenröhre folgt, daß für Schleußner-Röntgenplatten bei Eisenoxalentwicklung p nahezu 1, jedenfalls aber nicht kleiner als 0,96 ist.

Die große praktische Bedeutung des Gesetzes ließ uns eine erneute Untersuchung mit homogenen Strahlen wünschenswert erscheinen.

Als Strahlungsquelle dienten die Eigenstrahlungen von Selen, Silber und Antimon mit einer mittleren Wellenlänge von 1,10 bzw. 0,56 bzw. 0,47 Å.

Mit zwei verschiedenen Strahlungsintensitäten wurden zwei oder mehrere Felder einer Platte so lange exponiert, bis der Faden des mit der Ionisationskammer J verbundenen Elektrometers um dieselbe Anzahl Skalenteile gewandert war. Nach Abzug des Spontanabfalls des Elektrometers samt Kammer und Zuleitung müßte sich dann in beiden Fällen gleiche Schwärzung ergeben, wenn das Bunsensche Gesetz gilt ($p = 1$). Dies war nicht streng der Fall. Da auf den Platten zum Zweck der Intrapolation stets einige Schwärzungen mit größerer und kleinerer Expositionszeit beigedruckt wurden und da das Verhältnis der Strahlungsintensitäten aus der Ionisationsmessung bekannt war, konnte der Faktor p berechnet werden.

Um einen etwaigen Fehlereinfluß einer nicht ganz exakten Bestimmung des Spontanabfalles zu vermeiden, wurde bei einem Teil der Aufnahmen das Intensitätsverhältnis (1 : 3,3 : 6,6) dadurch bestimmt, daß vor ein Blättchenelektroskop eine Kammer mit dem betreffenden Sekundärstrahler vorgesetzt und vor und nach der Exposition der Platte gemessen wurde[1]).

Um den Fehler der Inkonstanz der photographischen Schicht zu vermindern, wurden die Vergleichsfelder jeweils doppelt gedruckt.

Tabelle VII.

Platte Nr.	49	50	51	51a	54	60	62	74
Schwärzung	0,4	0,6	0,65	0,85	0,85	1,0	1,0	1,4
$p =$	0,92	1,04	0,98	0,99	0,95	1,0	1,0	0,98

Die Werte von p unterscheiden sich sehr wenig von 1; der Mittelwert ist $0{,}98 \pm 0{,}01$. Es scheint eine gewisse Tendenz vorhanden zu sein, daß p etwas kleiner als 1 ist, d. h. daß große Intensitäten bei Gleichheit des Produktes $I \times t$ stärker schwärzen. Doch sind die Abweichungen so klein, daß im allgemeinen unbedenklich das Bunsensche Gesetz (gleiche Schwärzung für $I \times t = \text{const.}$) in Anwendung gebracht werden kann. Für $p = 0{,}98$ würde z. B. die Abweichung vom Bunsenschen Gesetz bei einem Intensitätsverhältnis 1 : 2 nur etwa 1 Proz., bei 1 : 10 etwa 5 Proz. betragen.

Zusammenfassung.

1. Für die photographische Schwärzung

1) Dissert. Göttingen 1913.

1) Siehe § 2. Schwankungen in der Strahlungsintensität betragen höchstens 0,8 Proz.

durch Röntgenstrahlen ist im Gegensatz zum Licht kein Schwellenwert vorhanden.

2. Bei Hauff-Röntgenplatten und Adurolentwicklung von 18° C verläuft die Schwärzungskurve als Funktion der Zeit bzw. Intensität genau linear bis etwa $S = 0{,}6$ (nach Abzug des Schleiers 0,2 im Mittel), dann nimmt die Schwärzung etwas weniger zu als der Proportionalität mit der Zeit entspricht, um von $S = 1{,}3$ ab genau mit dem Logarithmus der Zeit proportional zu werden.

3. Innerhalb des Wellenlängengebietes von $\lambda = 1{,}1$ bis 0,4 A. ergeben sich für alle Wellenlängen gleiche Schwärzungskurven.

4. Das Bunsensche Reziprozitätsgesetz wurde als annähernd gültig gefunden.

Physikalisches Institut
Röntgenlaboratorium Stuttgart.

(Eingegangen 13. Mai 1921.)

Über die Abhängigkeit der Reichweite der α-Strahler von der Anzahl der Bestandteile ihrer Atomkerne.

Von Hans Th. Wolff.

Die Reichweite R sämtlicher α-Strahler mit Ausnahme von *ThC*, *RaF*, *AcX*, *AcC* und *AcC'* läßt sich durch die Gleichung

$$\log R = \xi \log (\tfrac{3}{4} M - L + K) + \eta \quad (1)$$

als Funktion ihres Atomgewichtes M und ihrer Atomnummer L (Kernladung) darstellen, wobei ξ, η und K Konstante bedeuten, die für alle Zerfallsreihen mit Ausnahme der Körper *UI* bis mit *Ra* dieselben Werte besitzen[1]). *UII* erfüllt sowohl die für die letzteren, als auch die für die übrigen α-Strahler gültige Formel, denn es gehört einerseits dem Anfang der Uranradiumreihe an, andererseits kann man es als Anfangsglied der von ihm abzweigenden Aktiniumreihe ansehen.

Es liegt die Annahme sehr nahe, daß sich die Kerne aller Atome der 3 Zerfallsreihen in ihrer Zusammensetzung nur durch den Bestand an Elektronen, Heliumkernen und X_3-Teilchen (Masse = 3 Atomgewichtseinheiten, Ladung = 2 positive Elementarquanten) unterscheiden. Enthält ein Atomkern n_α *He*-Kerne (= α-Strahlpartikeln), n_β Elektronen und $n_3 X_3$-Teilchen, so gilt für ihn:

$$M = 4 n_\alpha + 3 n_3 + M_0,$$
$$L = 2 (n_\alpha + n_3) - n_\beta + L_0,$$

wobei M_0 und L_0 die Gesamtmasse und -ladung aller ev. noch vorhandenen anderweitigen Kernbestandteile bedeuten. Die Abweichungen der Atomgewichte von den ganzen Zahlen sollen hier unberücksichtigt bleiben. Setzt man diese Ausdrücke in (1) ein, so ergibt sich:

$$\log R = \xi \log (n_\alpha + n_\beta + \tfrac{1}{4} n_3 + C) + \eta. \quad (2)$$

Die Konstante C hat den Wert $^3/_4 M_0 - L_0 + K$. Führt man die Bezeichnung ein:

$$n = n_\alpha + n_\beta + n_3,$$

so nimmt Gleichung (2) die Gestalt an:

$$\log R = \xi \log (n - \tfrac{3}{4} n_3 + C) + \eta. \quad (3)$$

In Formel (1) kann man K innerhalb eines gewissen Spielraumes variieren unter gleichzeitiger Änderung von ξ und η, ohne die Genauigkeit der Beziehung wesentlich zu beeinflussen. Würde man $K = 0$ wählen und zugleich annehmen, daß die betrachteten Atomkerne nur aus *He*-, X_3-Teilchen, sowie Elektronen zusammengesetzt sind, also auch $M_0 = L_0 = 0$ setzen, so erhielte man $C = 0$ und könnte nun schreiben:

$$\log R = \xi \log (n - \tfrac{3}{4} n_3) + \eta. \quad (4)$$

n bedeutet jetzt die Gesamtzahl sämtlicher Kernbausteine. Zur Prüfung der Genauigkeit dieser Gleichung wurden die Konstanten ξ und η nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt. Hierbei wurde angenommen, daß für *Th* gilt: $n_\alpha = 58$, $n_\beta = 26$ und $n_3 = 0$, für *UII*: $n_\alpha = 57$, $n_\beta = 26$ und $n_3 = 2$, und daß sich *UII* in *UY* unter Aussendung einer X_3-Partikel verwandelt. Man gelangt zu der Beziehung:

$$\log R = -10{,}1211 \log (n - \tfrac{3}{4} n_3) + 19{,}8840, \quad (5)$$

in welcher R die Reichweite bei 0° und 760 mm *Hg*-Druck ist. Zur Berechnung dienten die in Tab. I aufgeführten Körper mit Ausnahme von *ThX*. Es bedeutet:

$$\Delta = \log R_{\text{ber.}} - \log R_{\text{beob.}}$$

Tabelle I.

	$n - \frac{3}{4} n$	$\log R_{\text{beob.}}$	Δ
Th	84	0,412	− 0,0038
RaTh	81	0,565	+ 0,0030
ThX	80	0,611	+ 0,0110
ThEm	79	0,676	+ 0,0019
ThA	78	0,732	+ 0,0019
ThC'	75	0,912	− 0,0057
UII	83,5	0,439	− 0,0046
RaEm	80,5	0,596	− 0,0003
RaA	79,5	0,653	− 0,0020
RaC'	76,5	0,818	+ 0,0013
PrAc	82,25	0,497	+ 0,0037
RaAc	80,25	0,602	+ 0,0060
AcEm	78,25	0,723	− 0,0031
AcA	77,25	0,774	+ 0,0024

1) H. Th. Wolff, diese Zeitschr. **22**, 171, 1921.

Schließt man *ThX* aus, so beträgt der mittlere Fehler von

$$\log R_{\text{ber.}} \pm 0{,}0038$$

(1 Proz. Fehler von R), hingegen hat er für die obigen Körper bei Einschluß von *ThX* die Größe $\pm 0{,}0049$. Bei der Annahme $K = -26{,}09$ hatte sich l. c. für diese beiden Werte des mittleren Fehlers ergeben: $\pm 0{,}0032$ und $\pm 0{,}0045$. Bei der Berechnung des ersteren Fehlers war l. c. außer *ThX* auch *UII* ausgeschlossen worden, denn diese beiden Körper waren bei der Berechnung von ξ und η unberücksichtigt geblieben. Die Wahl $K = 0$ und $K = -26{,}09$ führen sonach zu nahezu gleich guten Ergebnissen, so daß man wohl die Darstellungsform (5) als brauchbar ansehen kann.

Wendet man auf die Produkte *UI* bis mit *Ra* Formel (4) an und berechnet ξ und η nach der Methode der kleinsten Quadrate, so erhält man die Gleichung:

$$\log R = -4{,}5805 \log (n - \tfrac{3}{4} n_3) + 9{,}2453. \quad (6)$$

Tab. II zeigt wohl, daß die Beziehung befriedigende Exaktheit besitzt:

Tabelle II.

	$n - \frac{3}{4} n_3$	$\log R_{\text{beob.}}$	Δ
UI	86,5	0,375	− 0,0022
UII	83,5	0,439	+ 0,0040
Th	82,5	0,464	+ 0,0030
Ra	81,5	0,496	− 0,0048

Gleichung (4) kann man auch in der Form

$$R = \eta_1 \cdot (n - \tfrac{3}{4} n_3)^{\xi}, \quad \eta_1 = 10^{\eta} \quad (7)$$

schreiben. Es sei daran erinnert, daß ξ eine negative Größe $(-10{,}1211)$ ist. Eine besonders einfache Formel erhält man für diejenigen α-Strahler, welche keine X_3-Partikeln enthalten, also etwa für die Glieder der Thoriumreihe und ev. auch für die vom Verfasser l. c. S. 172 erwähnten hypothetischen Körper *AcEm'* und *AcA'*. Sie lautet:

$$R = \eta_1 \cdot n^{\xi}. \quad (7a)$$

Da die Konstante K in (1) bis zu einem gewissen Grade willkürlich gewählt werden kann, so ist es erlaubt, in der für *UI* bis mit *Ra* gültigen Gleichung (6) den Summanden $-\frac{3}{4} n_3$ wegzulassen, wofern man den beiden Konstanten entsprechend abgeänderte Werte gibt. Also auch für die letztgenannten α-Strahler besteht eine Beziehung von der Form (7a). Entsprechendes gilt von den übrigen α-Strahlern der Radiumreihe, sowie denjenigen der Aktiniumreihe. Stellt man deren Reichweitenformel in der Gestalt (7a) dar, so haben die Konstanten η_1 und ξ jedoch nicht mehr für die 3 radioaktiven Familien dieselben Werte.

Zusammenfassung.

Die Reichweite R der meisten α-Strahler kann als Funktion der Anzahl der im Atomkern angenommenen Elektronen, *He*-Kerne und X_3-Teilchen dargestellt werden. Die Anzahl der letzteren möge n_3, die Gesamtzahl aller genannten Partikeln möge n heißen. Enthält der Kern keine anderweitigen Bestandteile, so gilt dann:

$$R = \eta_1 (n - \tfrac{3}{4} n_3)^{\xi}.$$

Die Konstanten η_1 und ξ haben für die 3 Zerfallsreihen dieselben Werte, abgesehen vom Anfang der *U-Ra*-Familie bis mit *Ra*. Zur Konstantenberechnung wurde die Methode der kleinsten Quadrate benutzt. Auch die einfachere Formel:

$$R = \eta_1 \cdot n^{\xi}$$

kann Anwendung finden.

Dresden, im Mai 1921.

(Eingegangen 18. Mai 1921.)

Die Grundform des gasförmigen akustischen Schwingungsgebildes.

(Der Tonraum.)

Mitteilung aus den Laboratorien der Signalgesellschaft Kiel.

Von W. Hahnemann und H. Hecht.

Vor kurzem[1]) haben wir die Grundform des mechanisch akustischen Schwingungskörpers, den wir „Tonpilz" genannt haben, beschrieben. Derselbe wird in seiner reinsten Form dargestellt durch zwei elastizitätsfreie Massen, die durch eine masselose Elastizität miteinander verbunden sind. Wir haben in dieser Arbeit gezeigt, wie man jedes Schwingungsgebilde, das aus Materie in fester Form besteht, auf diese Grundform zurückführen kann, und daß es für die Berechnung und für die Vorstellung in ähnlicher Weise wie bei elektrischen Schwingungsproblemen geboten ist, alle realen Schwingungskörper, die aus stetig verteilter Masse und Elastizität bestehen, auf solche reinen, idealen Tonpilze zurückzuführen.

Bei unseren Arbeiten auf luft-akustischem Gebiete wurden wir sehr bald vor die Frage gestellt: Wie sieht der dem Massenton-

1) Diese Zeitschr. **21**, 187, 1920.

pilz analoge gasförmige Schwingungskörper aus? Wir wollen im folgenden diese Frage zu beantworten suchen.

I. Der Tonraum.

Zwei an sich abgeschlossene Gasräume, die durch eine Öffnung miteinander kommunizieren (Fig. 1), stellen die einfachste Form eines gas-

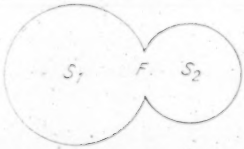

Fig. 1.

förmigen Schwingungsgebildes dar. Für die vorliegenden Überlegungen wollen wir annehmen, daß die Räume klein zur Wellenlänge des betreffenden Tones sind, d. h. daß der Vorgang quasistationär ist. Unter dieser Voraussetzung stellt die Anordnung der Fig. 1 die Grundform des geschlossenen quasistationären gasförmigen Schwingungsgebildes dar. Wir haben dieses Schwingungsgebilde den „Tonraum" genannt.

Bringen wir das Gas eines der beiden Räume auf einen höheren Druckzustand als denjenigen des zweiten Raumes und überlassen das System sich selbst, so strömt das Gas durch die Öffnung in den zweiten Raum, erzeugt dort Überdruck und in dem ersteren Raum Unterdruck, muß wieder zurückströmen und so fort, bis die Bewegung durch die vorhandene Dämpfung zur Ruhe kommt. Die Zeit jedes Wechsels ist durch die Größe der Räume und der verbindenden Fläche gegeben. Wie in dem Massen-Tonpilz die Schwingungsenergie einmal in kinetischer Form in beiden Massen und nach $^1/_4$ Periode in potentieller Form in der Elastizität steckt, so steckt beim Tonraum die Energie einmal in potentieller Form in den beiden Gasräumen und nach $^1/_4$ Periode in kinetischer Form in dem die Öffnung durchströmenden Gase. Wie beim Masssentonpilz sowohl die Bewegungs-Amplitude als auch die Schwingungsenergie umgekehrt proportional der betreffenden Masse ist, so ist, wie wir weiter unten sehen werden, beim Tonraum sowohl die Druckamplitude wie die Schwingungsenergie umgekehrt proportional dem Volumen des betreffenden Gasraumes; und wie bei sehr verschieden großen Massen praktisch die gesamte Schwingungsenergie des Massenpilzes in der kleineren Masse steckt, so ist beim Tonraum bei sehr verschieden großen Räumen praktisch die ganze Schwingungsenergie im kleineren Raume konzentriert. In der praktischen Akustik macht man von solchen Gebilden häufiger Gebrauch als vom eigentlichen Tonraum. Man nennt sie „offene" oder „Helmholtzsche" Resonatoren. Wir werden sie in einem besonderen Kapitel am Schlusse dieser Arbeit behandeln.

a) Die Schwingungsenergie.

Denkt man sich in einem der beiden Räume S_1 oder S_2 der Fig. 1 eine Volumenvermehrung oder -verminderung im Betrage von S herbeigeführt und stellt P die hierbei in demselben Raum auftretende Druckschwankung dar, so ist die Schwingungsenergie geschrieben in potentieller Form

$$V = \frac{1}{2} PS.$$

Da der Vorgang adiabatisch verläuft, so gilt, vom Vorzeichen abgesehen, die Beziehung

$$\frac{1}{\varkappa}\frac{P}{P_0} = \frac{S}{S_0},$$

wenn P_0 und S_0 Normaldruck und -volumen sind und $\varkappa$ das Verhältnis der spezifischen Wärmen bedeutet. Infolgedessen wird

$$V = \frac{\varkappa}{2}\frac{P_0}{S_0} S^2.$$

Benutzen wir die Beziehung

$$a^2 = \varkappa \frac{P_0}{\varrho},$$

worin a die Fortpflanzungsgeschwindigkeit und ϱ die Dichte des betreffenden Gases bei dem Druck P_0 ist, so folgt für die potentielle Energie der Wert

$$V = \frac{a^2 \varrho}{2}\frac{S^2}{S_0}.$$

Denken wir uns nun die Volumenänderung S durch eine Schwingung des Gases von der Amplitude A in der Öffnung F herbeigeführt, so geht durch die Beziehung

$$S = FA$$

die Gleichung für die potentielle Energie in die Form über

$$V = \frac{a^2 \varrho}{2}\frac{F^2 A^2}{S_0}.$$

Diese Gleichung können wir nun auf beide Räume 1 und 2 anwenden und erhalten die Einzelbeträge der in ihnen schwingenden potentiellen Energie

$$V_1 = \frac{a^2 \varrho}{2}\frac{F^2 A^2}{S_1},$$

$$V_2 = \frac{a^2 \varrho}{2} \frac{F^2 A^2}{S_2},$$

und den Betrag der gesamten Schwingungsenergie in potentieller Form zu

$$V_1 + V_2 = \frac{a^2 \varrho}{2} F^2 A^2 \frac{S_1 + S_2}{S_1 \cdot S_2}.$$

Um die Eigenschwingungszahl des Tonraumes zu finden, haben wir nun noch die Schwingungsenergie in der kinetischen Form des die Öffnung F durchströmenden Gases zu berechnen. Denken wir uns, um den allgemeinen Fall zu betrachten, die Verbindung der beiden Räume nicht durch eine einfache Öffnung F wie in Fig. 1, sondern durch einen Kanal von der Länge L und dem Querschnitte F hergestellt, wie es Fig. 2 zeigt, so ist die kinetische Energie des diesen Kanal mit der Amplitude A durch-

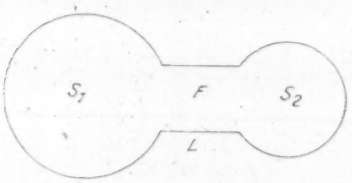

Fig. 2.

strömenden Gases bei der Frequenz ω in 2π Sekunden

$$T = \frac{1}{2} \varrho F (L + \alpha) \omega^2 A^2.$$

Hierin bedeutet α eine Korrektur, die an die Länge L angebracht werden muß, um auch die kinetische Energie der divergenten Strömungen in die anstoßenden Räume S_1 und S_2 hinein mit zu erfassen.

b) Die Eigenschwingungszahl.

Die Resonanzfrequenz eines jeden Schwingungsgebildes erhält man bekanntlich durch Gleichsetzen der beiden Ausdrücke für die Schwingungsenergie in potentieller und kinetischer Form und infolgedessen für den Tonraum zu

$$\omega^2 = a^2 \cdot \frac{F}{L + \alpha} \cdot \frac{S_1 + S_2}{S_1 \cdot S_2}.$$

Die Längenkorrektur α ist von Rayleigh[1]) für besonders einfache Fälle theoretisch berechnet worden. Er legt seinen Untersuchungen einen geraden kreisförmigen Kanal, der in zwei unendliche, starre Ebenen mündet, zugrunde und berechnet die Korrektur für die beiden Grenzfälle des sehr kurzen und des sehr langen Kanals. Seine Rechnung ergibt, daß die Korrektur für ein Ende des sehr kurzen Kanals gleich $\frac{\pi}{4} R$ und des sehr langen Kanals gleich $\frac{8}{3\pi} R$ zu setzen ist, d. h. daß die Korrektur immer zwischen den Werten $0{,}785\,R$ und $0{,}85\,R$ liegt. Da die Bewegung des strömenden Gases in der Öffnung und im freien Medium von Rayleigh im Falle des sehr langen Kanals als gleich derjenigen einer Kolbenmembran angenommen wird, die in einer starren, unendlichen Ebene schwingt, so müssen die beiden Fälle die gleiche Korrektur liefern, nämlich $\frac{8}{3\pi} R$. Sind die beiden Räume S_1 und S_2 des betrachteten Tonraumes so beschaffen, daß die Strömung in ihnen so erfolgt, als wenn das Gas von der Öffnung F in jeden von ihnen, wie in einen durch eine starre Ebene begrenzten Halbraum strömte, so haben wir bei sehr kleiner Kanallänge als Korrektur für beide Enden $\frac{\pi}{2} R$ zu setzen. Wird die Kanallänge null, so strömt nach der Annahme das Medium, wie bei einem Strahler nullter Ordnung nur mit dem Unterschiede, daß die Phase der Bewegung zu beiden Seiten der durch die Öffnung F gelegten Ebene entgegengesetzt ist. In diesem durch die Fig. 1 dargestellten Fall wird die Eigenschwingungszahl durch die Gleichung gegeben

$$\omega^2 = 2 a^2 R \frac{S_1 + S_2}{S_1 \cdot S_2}.$$

Ersetzen wir die Schwingungszahl ω in 2π Sekunden durch diejenige in 1 Sekunde n und setzen wir den Wert für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit a des Schalles in Luft ein, so wird

$$n = 7500 \sqrt{R} \sqrt{\frac{S_1 + S_2}{S_1 \cdot S_2}}.$$

In der Tabelle I sind für einige kugelförmige Tonräume die berechneten und beobachteten Werte von n zusammengestellt. Zum Versuche dienten 4 Hohlkugeln a, b, c, d genannt, die, wie aus den Kolumnen 1 und 2 ersichtlich ist, gruppiert wurden. In der dritten und vierten Kolumne sind die Durchmesser, in der fünften und sechsten die Volumina angegeben, während in der siebenten der Radius der verbindenden Öffnung steht. Der auf Grund der obigen Formeln berechnete Wert von n findet sich in Kolumne 8, der beobachtete Wert in 9 und die prozentuale Abweichung

1) Rayleigh, Theorie des Schalles II, S. 205. Deutsche Ausgabe von Neesen, Braunschweig 1880.

von Beobachtung gegen Rechnung in Kolumne 10.

Tabelle I.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		D_1	D_2	S_1	S_2	R	$n_{ber.}$	$n_{beob.}$	$\frac{n_{ber.}-n_{beob.}}{n_{ber.}}$
a	b	5,0	5,0	66,0	66,0	0,85	1190	1230	— 0,03
a	c	5,0	4,0	66,0	33,5	0,69	1320	1350	— 0,02
b	c	5,0	4,0	66,0	33,5	0,69	1320	1330	— 0,01
a	d	5,0	4,0	66,0	33,5	0,26	810	770	+ 0,05
b	d	5,0	4,0	66,0	33,5	0,26	810	770	+ 0,05
c	d	4,0	4,0	33,5	33,5	0,26	930	910	+ 0,02

Diese Beobachtungen und Messungen wurden ohne besondere Sorgfalt zur allgemeinen Orientierung angestellt und sollen auch nur dazu dienen, zu zeigen, daß die tatsächliche Strömung wohl ungefähr der angenommenen entsprechen wird, und daß insbesondere das Medium von der Öffnung in die beiden Kugelräume wie in freie Halbräume strömt.

c) Die Dämpfung.

Die Schwingungen in dem bisher betrachteten Tonraume wären ungedämpft, wenn keine innere oder Verlust-Dämpfung in dem strömenden Gase auftreten würde. Die Ermittlung dieser inneren oder Verlust-Dämpfung entzieht sich einer einigermaßen genauen Berechnung, da sie nicht nur von dem Koeffizienten der inneren Reibung des betreffenden Gases, sondern auch von der geometrischen Form und der Oberflächenbeschaffenheit der Wandungen, insbesondere der Öffnung und des Verbindungskanals abhängt; ihre Ermittlung geschieht am einfachsten und genauesten durch das Experiment.

Benutzt man solche Tonräume dazu, um Schallenergie aufzunehmen, abzugeben oder weiter zu leiten, so treten zu der Verlustdämpfung noch andere Dämpfungsbeträge, die den betreffenden Energiebeträgen entsprechen.

Wir wollen im folgenden einen besonders einfachen Fall behandeln und denken uns die beiden Räume mit je einer Zuführung versehen, durch die die Schallenergie zu- bzw. abströmen kann.

In der Fig. 3 mündet in den einen Raum S_1 eine Leitung mit dem Querschnitte F_1 und in den Raum S_2 eine Leitung mit dem Querschnitt F_2 ein. Um die Berechnung der entsprechenden Dämpfungen einfach zu gestalten, wollen wir annehmen, daß in dem Querschnitt der beiden Leitungen der Schall-

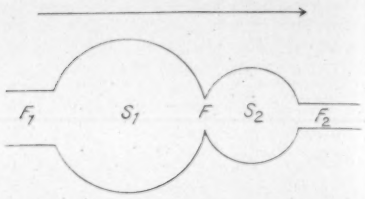

Fig. 3.

vorgang derartig beschaffen ist, daß Druck und Geschwindigkeit gleichphasig sind, d. h. daß durch die Leitungen ebene Schallwellen wandern.

Wir erhalten dann die durch die Schallenergie der ebenen Welle 1 erfolgende Dämpfung des aus den beiden Räumen S_1 und S_2 gebildeten Tonraumes, indem wir das Verhältnis der pro Periode durch die Fläche F_1 zu- bzw. abwandernden Energie zu der gesamten Schwingungsenergie bilden. Dieses Verhältnis ist dann bis auf den Faktor $\frac{1}{2}$ die gesuchte Dämpfung. Ist die Druckamplitude im Raum 1 P_1, so wird[1]) die pro Periode durch die Fläche F_1 strömende Energie

$$\frac{2\pi}{\omega}\cdot\frac{P_1^2}{2a\varrho}F_1.$$

Mithin ist der der Leitung mit dem Querschnitt F_1 entsprechende Dämpfungsanteil

$$\mathfrak{d}_1=\frac{1}{2}\,\frac{\dfrac{\omega}{2\pi}\cdot\dfrac{P_1^2}{2a\varrho}F_1}{\dfrac{a^2\varrho}{2}\cdot F^2A^2\dfrac{S_1+S_2}{S_1\cdot S_2}}.$$

Aus den früher mitgeteilten Gleichungen folgt für den Raum 1

$$P_1=K\frac{P_0}{S_1}S=a^2\varrho\frac{S}{S_1}$$

und

$$S=FA,$$

und damit die Beziehung zwischen P_1 und A

$$P_1=a^2\varrho\frac{F}{S_1}A,$$

die wir in die Gleichung für die Dämpfung einzusetzen haben, um den Ausdruck zu erhalten

$$\mathfrak{d}_1=\pi\frac{a}{\omega}\frac{F_1}{S_1^2}\cdot\frac{S_1\cdot S_2}{S_1+S_2}.$$

Führen wir die Resonanzfrequenz, wie oben berechnet, ein und ersetzen F_1 durch πR_1^2, so wird

$$\mathfrak{d}_1=2\pi^2\left(\frac{a}{\omega}\right)^3\left(\frac{R_1}{S_1}\right)^2R.$$

1) Diese Zeitschr. 17, 601, 1916.

Denken wir uns eine Anordnung entsprechend der Fig. 3, von Schallenergie durchsetzt, die in der Richtung des Pfeiles aus der Leitung 1 durch den abgestimmten Tonraum nach der Leitung 2 strömt, so werden wir nur dann ein vollkommenes Übertreten der Energie erhalten, wenn die Dämpfung des akustischen Schwingungsbildes durch die Leitung 1 gleich derjenigen durch die Leitung 2 ist.

Als Bedingung hierfür folgt die Beziehung

$$\frac{R_1}{S_1} = \frac{R_2}{S_2},$$

und wir erkennen, wie wir Schallenergie bestimmter Frequenz in vollkommener Weise auf Leitungen verschiedenen Querschnitts übertragen können.

d) Die Kopplung zweier Tonräume.

Häufig wird man praktische Aufgaben der technischen Akustik nicht mit einem einzigen Schwingungsgebilde mit gutem Erfolge lösen können, sondern man wird gezwungen sein, zu zwei oder mehreren überzugehen, die den einzelnen besonderen Anforderungen der Energiewandlung, der Energiestrahlung usw. besser angepaßt werden können, als wenn man im Kompromißwege allen Bedingungen mit einem einzigen Schwingungsgebilde gerecht werden wollte.

Wie beim Massentonpilz der einfachste Fall der Kopplung durch eine gemeinsame Masse erfolgt, so geschieht dies in der Gasakustik bei der Kopplung zweier Tonräume durch einen gemeinsamen Schwingungsraum, d. h. durch eine gemeinsame Elastizität. In Fig. 4 sind zwei solche miteinander gekoppelte

Fig. 4.

Tonräume dargestellt, wobei das eine System aus den beiden Räumen S_1 und S_{12} und das andere System aus den beiden Räumen S_2 und S_{12} besteht.

Nennen wir das Verhältnis der im Kopplungsgliede schwingenden Energie zur Gesamtenergie eines Systems, einschließlich Kopplungsgglied, den Kopplungsquotienten des betreffenden Systems, so ist das Quadrat des gemeinsamen Kopplungsfaktors gleich dem Produkt aus den beiden einzelnen Kopplungsquotienten.

Die einzelnen Schwingungsenergien seien V_1, V_{12} und V_2, die Kopplungsquotienten k_1 und k_2, der Kopplungsfaktor k, dann ist

$$k_1 = \frac{V_{12}}{V_1 + V_{12}} = \frac{1}{1 + \frac{V_1}{V_{12}}} = \frac{1}{1 + \frac{S_{12}}{S_1}},$$

und analog

$$k_2 = \frac{1}{1 + \frac{S_{12}}{S_2}},$$

und daher

$$k^2 = \frac{1}{1 + \frac{S_{12}}{S_1}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{S_{12}}{S_2}}.$$

Diese Formel für den Kopplungsfaktor hat zwei Grenzfälle von praktischer Bedeutung, die sehr lose und die sehr feste Kopplung, und man findet in der Formel das bereits aus der reinen Anschauung sich ergebende Resultat bestätigt, daß der Kopplungsfaktor gleich 0 bzw. 1 wird, wenn der Kopplungsraum S_{12} groß bzw. klein gegen jeden der beiden Räume S_1 und S_2 ist.

In entsprechender Weise sind diese beiden Grenzfälle beim gekoppelten Massentonpilz gegeben, wenn die gemeinsame Masse groß bzw. klein gegenüber den beiden freien Massen wird.

Ein den mechanischen Verhältnissen analoges elektrisches Beispiel ist in der Kopplung zweier elektrischer Schwingungskreise mit gemeinsamer Kapazität gegeben. Sind in Fig. 5

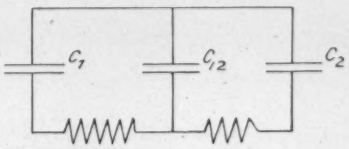

Fig. 5.

die freien Kapazitäten C_1 und C_2 und die gemeinsame Kapazität C_{12}, so ist die Kopplung beider Kreise

$$k^2 = \frac{1}{1 + \frac{C_{12}}{C_1}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{C_{12}}{C_2}},$$

Häufig wird man sich in der praktischen Akustik mit Vorteil der elektrischen Analogie bedienen und die aus dem Gebiete der elektrischen Schwingungen bekannten und meßbar

leicht zu verfolgenden Gesetze auf das mechanische Beispiel übertragen können.

In der Kenntnis der Eigenschwingungszahl, Dämpfung und Kopplung besitzt man diejenigen Größen, die für die Schwingungsvorgänge von elementarer Bedeutung sind und gestatten, das Verhalten der betreffenden Schwingungsgebilde unter irgendwelchen Verhältnissen im voraus zu bestimmen.

II. Der „Helmholtzsche" Resonator.

Ein besonders wichtiger und bekannter Spezialfall des allgemeinen Tonraumes ist der „offene" oder „Helmholtzsche" Resonator, der aus dem allgemeinen Tonraum dadurch entsteht, daß der eine der beiden Räume sehr viel mal größer als der andere ist und im besonderen durch die freie Atmosphäre gebildet wird. Halten wir den Raum S_1 und die Öffnung F fest und lassen wir S_2 der Fig. 1 immer größer werden und schließlich in die freie Atmosphäre übergehen, so verlassen wir den quasistationären geschlossenen Schwingungskreis und gehen zu einem offenen, strahlenden Gebilde über. Die Voraussetzung der quasistationären Bewegung soll allerdings für das Resonatorinnere aufrecht erhalten bleiben und mithin die Forderung, daß die Abmessungen des Resonators klein zur Wellenlänge sind. Damit der Vorgang im Innern quasistationär ist, muß die größtmögliche Entfernung irgendeines Punktes der Resonatorwand von der Schwingungsöffnung, d. h. im Falle des kugelförmigen Resonators der Kugeldurchmesser klein gegen λ sein, wenn λ die Wellenlänge des erzeugten Tones in Luft ist. Der Vorgang im äußeren freien Medium, dem früheren Raum S_2, ist jetzt nicht mehr quasistationär, es setzt vielmehr außer der wattlosen Komponente der Trägheit der mitschwingenden Mediummasse eine Schallstrahlung ein, die einen Wattvorgang bedeutet.

a) Die Eigenschwingungszahl.

Da das äußere freie Medium im Gegensatz zum geschlossenen früheren Raum S_2 keine elastische Wirkung mehr besitzt, so erhalten wir die Eigenschwingungszahl des Helmholtzschen Resonators aus derjenigen des Tonraumes, wenn wir $S_2 = \infty$ setzen. Es wird dann

$$\omega^2 = a^2 \frac{F}{L + \alpha} \cdot \frac{1}{S},$$

wenn S das Resonatorvolumen bedeutet. Die Korrektur α hängt, wie beim Tonraum von den räumlichen Verhältnissen ab. Ist der Helmholtzsche Resonator so gestaltet, daß man sowohl im Innern des Raumes S, wie auch außerhalb, eine Strömung, wie bei einer Öffnung in einer starren Wand, d. h. wie beim Einströmen in einen Halbraum annehmen kann, so beträgt, wie beim allgemeinen Tonraum, die Korrektur bei der Kanallänge 0, d. h. bei Resonatoren ohne Hals $\frac{\pi}{2} R$, und die Eigenschwingungszahl in 2π Sekunden wird gegeben durch die Gleichung

$$\omega^2 = 2a^2 \frac{R}{S},$$

oder diejenige in einer Sekunde bei Einführung des Wertes von a für Luft

$$n = 7500 \sqrt{\frac{R}{S}}.$$

In der Tabelle II sind für einige kugelförmige Resonatoren ohne Hals, die bereits zu den obigen Messungen für den Tonraum gedient haben, die berechneten und beobachteten Werte von n zusammengestellt. In der ersten Kolumne ist der Durchmesser D des Resonatorraumes angegeben, in der zweiten das Volumen S, in der dritten der Radius der Öffnung, in der vierten der berechnete, in der fünften der beobachtete Wert von n und in der sechsten die prozentuale Abweichung zwischen Rechnung und Beobachtung.

Tabelle II.

1	2	3	4	5	6
D	S	R	$n_{ber.}$	$n_{beob.}$	$\frac{n_{ber.} - n_{beob.}}{n_{ber.}}$
5,0	66,0	1,67	1190	1080	+ 0,09
5,0	66,0	0,85	850	870	— 0,02
4,0	33,5	0,69	1080	1100	— 0,02
4,0	33,5	0,26	660	600	+ 0,09

Die Beobachtungen sind nur als orientierende Messungen ausgeführt und sollen auch nur dazu dienen, zu zeigen, daß die tatsächliche Luftbewegung ungefähr der angenommenen entspricht, d. h. daß sich um die strahlende Öffnung eine Bewegung einstellt, die einem Strahler nullter Ordnung in der Öffnung entspricht, wobei bei Gleichsinnigkeit der Phase im Außenraum die Phase im Resonatorraum entgegengesetzt ist derjenigen Bewegung, die bei einem in der strahlenden Öffnung vorhandenen Nullstrahler eintreten würde. Bei Resonatoren, deren Öffnungsradius klein ist im Verhältnis zum Radius des Resonatorraumes, wird die Bewegung innen und außen nahezu je wie in einem Halbraum erfolgen, während bei Re-

sonatoren, deren Öffnungsradius sich dem Resonatorraumradius nähert, die ganze Bewegung immer mehr und mehr sich auf das Außenmedium konzentriert und sich schließlich so einstellt, als ob die Öffnung nur nach außen in den Ganzraum Medium transportierte und nach dem inneren Resonatorraum zu nur noch elastische Wirkungen aufträten. Für die Eigenschwingungszahl ist dieses aber ohne Bedeutung, da in allen Fällen die gleiche Mediumsmasse schwingt, und zwar in den beiden betrachteten Grenzfällen einmal zur Hälfte im Resonatorraum und zur Hälfte im Außenmedium und im anderen Falle im freien Medium allein. Im allgemeinen wird sich eine Verteilung einstellen, die zwischen diesen beiden Grenzfällen liegt, ohne daß sich hierbei, wie gesagt, die Eigenschwingungszahl zu ändern braucht. Anders verhält es sich mit der Strahlungsdämpfung eines solchen Resonators.

b) Die Dämpfung.

Die Reibungs- oder Verlustdämpfung von Helmholtzschen Resonatoren ist ebenso wie diejenige eines Tonraumes einer einigermaßen zuverlässigen Berechnung nicht zugänglich. Dagegen läßt sich die Strahlungsdämpfung bei angenommenem Strömungsvorgang berechnen, so daß man unter Umständen durch die experimentell zu ermittelnde Gesamtdämpfung eine Trennung der beiden Dämpfungsbeträge vornehmen kann.

Wir nehmen, wie vorhin zur Berechnung der Eigenschwingungszahl, an, daß der halslose Resonator so beschaffen ist, daß die Ebene der Öffnung gewissermaßen eine Symmetrieebene für die Bewegung ist, d. h. daß die Mediumbewegung innen und außen so vor sich geht, als ob ein Nullstrahler in der Öffnung nach innen und außen, wie in einem Halbraum strahlte, nach innen mit phasenentgegengesetzter Richtung. Dann ist[1]) der Strahlungswiderstand der Fläche F in dem Halbraum

$$w_s = 2\pi a \varrho \frac{F^2}{\lambda^2},$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{\varrho}{a} \omega^2 F^2.$$

Die pro Schwingungsperiode gestrahlte Leistung ist

$$\frac{2\pi}{\omega} \cdot \frac{1}{2\pi} \frac{\varrho}{a} \omega^2 F^2 \cdot \frac{\omega^2 A^2}{2},$$

oder gleich

$$\frac{1}{2} \frac{\varrho}{a} \omega^3 F^2 A^2,$$

und daher die entsprechende Dämpfung

$$\mathfrak{d} = \frac{1}{2} \frac{\frac{1}{2} \frac{\varrho}{a} \omega^3 F^2 A^2}{\frac{a^2 \varrho}{2} F^2 A^2 \cdot \frac{1}{S}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\omega}{a}\right)^3 S,$$

oder auch

$$\mathfrak{d} = \frac{\omega}{a} R = \frac{2\pi R}{\lambda}.$$

Aus dieser Formel erkennen wir, daß die Strahlungsdämpfung von Resonatoren der angenommenen Art gleich ist dem Verhältnis von Umfang der Schallöffnung zur Wellenlänge des erzeugten Tones.

Ist die geometrische und räumliche Anordnung von der angenommenen verschieden, z. B. durch Einbau in starre Wände und dergl., so wird man fast immer von vornherein eine einigermaßen zutreffende Annahme über die Mediumbewegung machen und Eigenschwingungszahl und Dämpfung für die technische Anwendung mit genügender Genauigkeit berechnen können. Durch das Experiment kann man dann prüfen, ob die berechneten Werte mit den beobachteten übereinstimmen, und durch den Vergleich kann man dann rückwärts die ursprüngliche Annahme und Berechnungsgrundlage korrigieren. Doch soll hierauf und auf die experimentellen Bestimmungen der Dämpfungen von Tonräumen und Helmholtzschen Resonatoren nicht näher eingegangen werden, da hierüber in anderem Zusammenhange in Kürze an einer anderen Stelle berichtet werden soll.

Zusammenfassung.

Im vorstehenden ist die einfachste Form eines quasistationären gasförmigen akustischen Schwingungsgebildes, des „Tonraumes", beschrieben, nachdem in einer früheren Arbeit der „Tonpilz", die Grundform des aus fester Materie bestehenden akustischen Schwingungsgebildes behandelt ist.

Der Tonraum besteht aus zwei abgeschlossenen Räumen, die durch eine Schwingungsöffnung verbunden sind. Es sind die Formeln für seine Eigenschwingungszahl, für seine Dämpfung durch Zuleitungen und Strahlung und für die Kopplung zweier Tonräume gegeben.

Als Sonderfall des allgemeinen Tonraumes ist der „offene" oder „Helmholtzsche" Resonator behandelt, für den Eigenschwingungszahl und Strahlungsdämpfung berechnet sind.

Als experimentelle Stütze für die Formeln

[1]) Diese Zeitschr. **18**, 261, 1917.

der Eigenschwingungszahl von Tonräumen und Helmholtzschen Resonatoren sind einige Meßergebnisse mitgeteilt.

Kiel, im April 1921.

(Eingegangen 9. Mai 1921.)

Ein Verfahren zur experimentellen Aufnahme und Darstellung elektrischer Stromkurven in Polarkoordinaten.

Von Wilhelm Geyger.

Bei den in der Elektrotechnik gebräuchlichen Verfahren zur experimentellen Aufnahme und Darstellung elektrischer Stromkurven wird die Stromkurve in rechtwinkligen Koordinaten wiedergegeben. Diese Verfahren haben alle das Prinzipielle gemeinsam, daß dem schwingenden Lichtstrahl des Oszillographen eine dazu senkrecht verlaufende, geradlinige Bewegung erteilt wird, welche der Abszisse entspricht und somit den Zeitpunkten, deren zugehörige Ordinaten durch die Amplituden des schwingenden Lichtstrahls dargestellt werden. Diese gleichförmige Bewegung kommt dadurch zustande, daß sich Oszillographenbild und aufnehmendes Instrument (Auge oder photographische Platte) zueinander geradlinig bewegen, wobei stets eines dieser Teile unbewegt bleibt. Der Lichtstrahl des Oszillographen beschreibt dann in Nullstellung befindlich eine Gerade, in erregtem Zustand die gesuchte Stromkurve, die somit in rechtwinkligen Koordinaten dargestellt wird.

Die experimentelle Darstellung von Stromkurven in Polarkoordinaten ist nach den Untersuchungen des Verfassers ebenfalls möglich und es soll der vorliegende Aufsatz ein Verfahren erklären, welches die photographische Aufnahme sowie die objektive Darstellung im Polarkoordinatensystem ermöglicht. Es wird hier dem schwingenden Lichtstrahl des Oszillographen eine drehende Bewegung erteilt, wobei die Nullstellung desselben den Drehungsmittelpunkt bildet, während die Radien des Systems durch die Amplituden des Lichtstrahls dargestellt werden. Die gleichförmige, rotierende Bewegung verläuft synchron mit der Frequenz des zu untersuchenden Wechselstromvorganges oder einem Bruchteil derselben. Der Lichtstrahl bleibt dann in seiner Nullstellung ruhend, während er in erregtem Zustand die gesuchte Stromkurve beschreibt, die somit in Polarkoordinaten wiedergegeben wird. Bei diesem Verfahren bewegen sich Oszillographenbild und aufnehmendes Instrument in drehender Bewegung zueinander, wobei eines davon unbewegt bleibt. Es muß sich also die photographische Platte drehen und der Oszillograph ruhen oder umgekehrt.

Die erstere Anordnung ist bei Oszillographen jeder Art anwendbar und verlangt eine drehbare photographische Platte. Diese ist in eine Kassette einzuschieben und zu befestigen, welche auf die Welle eines Elektromotors aufgesetzt ist, dessen veränderliche Tourenzahl ein dauernd angebrachter Tourenzähler anzeigt. Zwischen Platte und Oszillograph ist ein photographischer Apparat mit Momentverschluß aufgestellt und er ist mit der rotierenden Platte durch ein lichtdichtes Gehäuse verbunden. Eine solche Anordnung zeigt Fig. 1. Die Abstände zwischen Oszillo-

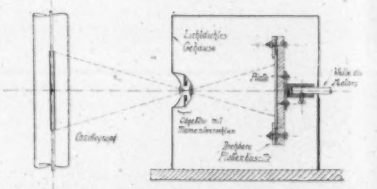

Fig. 1

graph, Objektiv und Platte sind so zu wählen, daß auf der Platte ein scharfes Bild des Lichtstrahls entsteht, welches so eingestellt wird, daß es in Ruhestellung mit dem Drehungsmittelpunkt zusammenfällt. Außerdem muß die dem Oszillographen zugeführte Stromstärke so bemessen werden, daß der Lichtstrahl in seiner äußersten Stellung (Maximalwert des Stromes) die wirksame Plattenfläche nicht verläßt. Diese Einstellung geschieht auf die übliche Weise mit Hilfe einer Mattscheibe, welche dabei die Platte ersetzt. Die Tourenzahl des die Platte drehenden Elektromotors wird durch Regulierwiderstände solange verändert, bis der Tourenzähler die erforderliche Tourenzahl anzeigt. Diese ist gleich der Periodenzahl des zu untersuchenden Stromes oder gleich einem Bruchteil derselben. Besonders geeignet ist hier ein Synchronmotor, welcher von derselben Stromquelle gespeist wird wie der Oszillograph. Das Gehäuse zwischen Objektiv und Platte muß lichtdicht abschließen, damit diese gegen fremde Lichteindrücke geschützt ist. Die Belichtungsdauer des Mo-

mentverschlusses wird so kurz gewählt, als es die Empfindlichkeit der Platte zuläßt, sie darf jedoch nicht kürzer sein wie die Dauer einer Periode des untersuchten Stromes. Wenn der Motor sehr regelmäßig arbeitet, kann sie ein Vielfaches derselben betragen. Die Aufnahme selbst wird im verdunkelten Raum vorgenommen, welcher, soweit notwendig, mit einer Dunkelkammerlampe beleuchtet ist, im übrigen ist die Behandlung der Platte dieselbe wie bei allen derartigen Untersuchungen.

Für die zweite Anordnung, welche eine Drehung des Oszillographen verlangt, ist nur die Glimmlichtröhre verwendbar, da diese den einzigen Oszillographen darstellt, welchen man in eine genügend schnelle Umdrehung versetzen kann. Der hierzu vom Verfasser konstruierte Kurvenindikator (Fig. 2) besteht aus

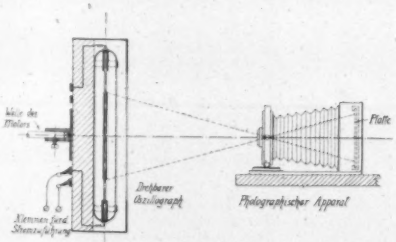

Fig. 2.

einer auf einer drehbaren Scheibe befestigten Glimmlichtröhre (gefüllt mit verdünntem Stickstoff von 7 bis 8 mm Quecksilberdruck), welche um die Trennstelle ihrer Glimmelektroden drehbar ist. Die Scheibe ist auf die Welle eines Elektromotors aufgesetzt, dessen Tourenzahl durch Regulierwiderstände veränderlich ist. Die Tourenzahl wird so gewählt, daß das entstehende Glimmlichtbild stillsteht, so daß es in dieser Stellung bequem photographiert werden kann. Was Optik, Belichtungsdauer und Behandlung der Platte anbelangt, so gilt das gleiche wie bei anderen Verfahren ähnlicher Art.

Zur objektiven Darstellung genügt das Betrachten des stillstehenden Glimmlichtbildes, dessen Umgrenzungslinie die gesuchte Stromkurve in Polarkoordinaten darstellt. Um dieselbe mehreren Personen gleichzeitig vorführen zu können (Vorlesung), projiziert man das Glimmlichtbild mittels eines geeigneten optischen Systems auf einen weißen Schirm. Zur Auswertung der Stromkurve kann man entweder das projizierte Schirmbild verwenden, dessen Grenzlinie auf dem Schirm nachgezeichnet wird, oder man benutzt die an einen Schirm vergrößert projizierten photographischen Aufnahmen, wozu Positive und Negative verwendet werden können. Um die Auswertung bequem und genau ausführen zu können, ist der Projektionsschirm mit einem Maßsystem versehen, bestehend aus Radien und Kreisen, deren Winkelwerte und Halbmesser eingetragen sind.

Um den Maßstab des Schirmbildes zu bestimmen, beschickt man den Oszillographen mit einem Gleichstrom von bekannter, in Ampère gemessener Stromstärke. Die von diesem auf dem Schirmbild hervorgerufene Ablenkung des Lichtstrahls wird in Zentimetern gemessen. Das Verhältnis der Stromstärke in Zentimetern zur Ablenkung in Ampère ergibt den gesuchten Maßstab. Bei Verwendung von Glimmlichtröhren ist die folgende Methode geeigneter, die auch in allen anderen Fällen angewendet werden kann. Der Effektivwert des durch die Glimmlichtröhre fließenden Stromes wird durch ein Meßinstrument in Ampère gemessen, während der Effektivwert der Stromkurve auf dem Schirm in Zentimetern bestimmt wird. Das Verhältnis des Effektivwertes in Ampère zum Effektivwert in Zentimetern ergibt den gesuchten Maßstab.

Um aus der in Polarkoordinaten vorliegenden Stromkurve den Effektivwert zu finden, muß der Radius des Kreises bestimmt werden, welcher den gleichen Flächeninhalt besitzt wie das von der Stromkurve eingeschlossene Flächenstück. Der Radius dieses Kreises stellt den Effektivwert des Stromes in Zentimetern dar, der Flächeninhalt der Kurve wird durch graphische Integration bestimmt. Die mathematische Grundlage des Verfahrens ist folgende (Fig. 3):

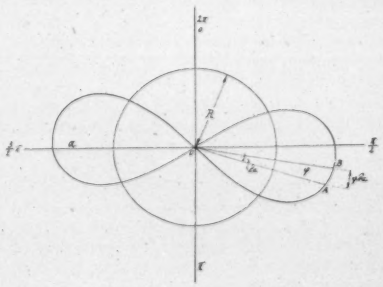

Fig. 3.

Es muß sein

$$F_{\text{Kreis}} = F_{\text{Kurve}},$$
$$F_{\text{Kreis}} = \pi \cdot R^2,$$
$$F_{\text{Kurve}} = \int_0^{2\pi} \partial f = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{2\pi} \varphi^2 \cdot \partial\alpha, \quad \text{denn } F_{OAB} = \partial f = \frac{\varphi^2}{2} \cdot \partial\alpha.$$

$$\pi \cdot R^2 = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{2\pi} \varphi^2 \cdot \partial\alpha, \quad \text{also ist}$$

$$R = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \varphi^2 \cdot \partial\alpha}.$$

Das neue Verfahren ist das einzige, welches die experimentelle Darstellung von Stromkurven in Polarkoordinaten ermöglicht. Technisch bietet es gegenüber den anderen Verfahren mancherlei Vorteile, während die Auswertungsgenauigkeit für die meisten Fälle größer ist. Außerdem ist zu erwähnen, daß auch bei diesem Verfahren eine gleichzeitige Aufnahme mehrerer Strom- oder Spannungskurven möglich ist. Dies ist besonders wertvoll, denn man erhält dann eine experimentelle Darstellung der in der Wechselstromtechnik allgemein verwendeten Vektordiagramme.

(Eingegangen 2. Mai 1921.)

Über eine einfache Methode zur Bestimmung von Kapazitäten mittels Glühkathodenröhre.

Von Karolus und Prinz Reuß.

Die Eigenschaft der Glühkathodenröhre von einer bestimmten Spannung an einen von der Spannung unabhängigen Strom (Sättigungsstrom) zu liefern, läßt sich zu einer einfachen Methode zur Eichung von Kapazitäten verwenden. Der Sättigungsstrom kann bei den gebräuchlichen kleinen Senderöhren (Type R.S. 5 und Verstärkerröhren von Telefunken) durch Verändern des Heizstromes in einem Bereich von 10^{-3} Amp. bis zu 10^{-8} Amp. und darunter eingestellt werden. Bei Strömen dieser Größenordnung liegt die Sättigung bereits bei Spannungen von 10 bis 50 Volt. Das Gitter ist dabei zweckmäßig kurz geschlossen. Fig. 1 zeigt die Strom-Spannungskurven $J_a = f(E_a)$ für verschiedene Heizströme.

Lädt man mit dem Sättigungsstrom der Röhre eine Kapazität C in t Sekunden auf die Spannung V, so ist ohne weiteres aus dieser Strom-Spannungs- und Zeitmessung die Kapazität aus der bekannten Beziehung $C = \frac{J \cdot t}{V}$ gegeben. Man schaltet die unbekannte Kapazität in den Anodenkreis und beobachtet an einem an der Kapazität liegenden statischen Voltmeter (Wulfsches Faden- oder Quadrant-Elektrometer) die in einer bestimmten Zeit (mit der Stoppuhr gemessen) erreichte Spannung.

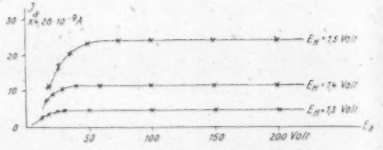

Fig. 1.

Man hat es dabei in der Hand, durch Veränderung des Heizstromes und damit des Sättigungsstromes eine gut meßbare Aufladezeit für Kapazitäten verschiedener Größe zu erhalten. Die Strommessung geschah mittels eines Spiegelgalvanometers (S. & H.) (Stromempfindlichkeit in der benutzten Anordnung $1^0 = 4{,}28 \cdot 10{-}9$ Amp.).

Die Anodenspannung beträgt zweckmäßig 2—300 Volt. Der Kondensator ist zunächst kurz geschlossen. Bei Aufhebung des Kurzschlusses lädt er sich mit einer der Zeit proportionalen Aufladegeschwindigkeit auf. Dabei bleibt der Ladestrom so lange konstant, als die Differenz der Anodenspannung und der am Kondensator sich bildenden Gegen-E.M.K. oberhalb der Sättigungsspannung bleibt. — Bei Strömen von 10^{-8} Amp. konnte der Kondensator bis zu ca. 50 Volt, bei kleineren Strömen bis 100 Volt aufgeladen werden, ohne daß der Sättigungsstrom merklich abnahm. Wenn die Aufladung ganz erfolgt ist, muß natürlich der Anodenstrom bei guter Isolation auf 0 zurückgehen. Ein gegebenenfalls vorhandener Reststrom gibt somit ein Bild des Isolations-

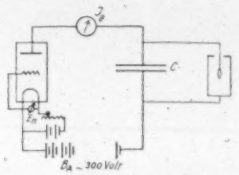

Fig. 2.

widerstandes des Kondensators und läßt sich in einfacher Weise als Korrektur anbringen. — Bei den gemessenen Kapazitäten konnte auf Anbringung der Korrektur verzichtet werden, da der Isolationsstrom unter 1 Proz. des Ladestroms blieb.

Nach der eben skizzierten Methode wurden die Stufen eines Glimmerkondensators von $^1/_{100}$ bis 1 M.F. durchgeeicht und folgende Resultate erhalten:

C_1	J_2	t	E	C_2
0,01 M. F.	$3{,}63 \cdot 10^{-8}$ Amp.	14,0	50	0,0101
0,02	3,63	28,0	50	0,0202
0,05	10,6	14,0	30	0,0495
0,1	11,2	27,0	30	0,101
0,75	99,2	22,6	30	0,748
1,0	99,2	30,2	30	1,005

Es bedeuten in der Tabelle:

C_1 die am Kondensator angegebene Kapazität,
J_a den Anodenstrom,
t die Aufladezeit,
E die am Kondensator gemessene Spannung,
C_2 die aus den Beobachtungen errechnete Kapazität.

Der durchschnittliche Fehler betrug somit rund 1 Proz. und könnte bei Anwendung besonderer Maßnahmen leicht noch verringert werden.

Wie aus der Tabelle zu ersehen, ist der Meßbereich sehr groß. Gemessen wurden Kapazitäten von 0,001 bis 10 M.F. Die unterste Grenze ist zunächst durch die Empfindlichkeit des Strommeßinstrumentes gegeben. Verzichtet man jedoch auf Messung des Stromes und damit auf absolute Eichung, so lassen sich durch Substitution Kapazitäten einiger hundert Zentimeter noch gut bestimmen. Dabei können die Kondensatoren auch zu bedeutend höheren Spannungen aufgeladen und dadurch die Aufladezeiten entsprechend vergrößert werden. Bei der relativen Eichung einer Kapazität braucht auch die Bedingung, daß der Strom während des ganzen Ladevorgangs einen konstanten Wert behält, nicht eingehalten zu werden. Vorausgesetzt, daß bekannte und unbekannte Kapazität auf denselben Endwert der Spannung aufgeladen werden, stehen die dazu nötigen Zeiten direkt im Verhältnis der Kapazitäten.

Die angegebene Methode wird sich dank ihrer Einfachheit mit Vorteil auch bei der Bestimmung von Dielektrizitätskonstanten verwenden lassen.

Leipzig, Physikalisches Institut, den 20. April 1921.

(Eingegangen 9. Mai 1921.)

Berichtigung zu der „Theorie der Volumdilatation bei konzentrierten Lösungen“

(diese Zeitschr. **22**, 177—179, 1921).

Von Alfred Schulze.

Als Mittelwert für das Molvolumen der Bimole von Aceton ergibt sich

$$V_2 = 139{,}039,$$

woraus für die Dichte der Bimole folgt: $d_2 = 0{,}8350$.

(Eingegangen 9. Mai 1921.)

ZUSAMMENFASSENDE BEARBEITUNGEN.

Untersuchungen über Aufbau und Zusammenschluß der Maßsysteme.

Von W. Porstmann.

(Schluß.)

Der Römer setzt seine zehn Hauptzahlen aus drei Zeichen zusammen: I, V und X. Der Araber braucht dazu eine den Römer wahrscheinlich unnütz groß dünkende Fülle von neun verschiedenen Zeichen. Der Vorteil offenbart sich aber, wenn es sich um die Schreibung größerer Mengen handelt. Beide Systeme benutzen ferner die lineare Anordnung von links nach rechts, und beide schreiben links den größten Komplex und setzen nach rechts die kleineren der Reihe nach an. Aus langer Übung mit dem arabischen System drängt sich von selbst auf, daß man die Potenzbenennung völlig weglassen kann, falls man sich entschließt, nach der beginnenden größten Potenz

jede folgende anzudeuten, vor allem auch die fehlenden. Hierzu ist ein neues Zeichen zu vereinbaren, die Null. 5090 besagt 5T+0H+9Z+0E. Die oben dargestellte Menge würde zu schreiben sein 439. Diese Darstellung ist unzweideutig, sicher und nicht einfacher denkbar. Es stehen sich letzten Endes gegenüber CCCCXXXIX und 439. Trotz der vielerlei gemeinsamen Züge ist das Ergebnis beim arabischen System doch überraschend einfach.

Zunächst beherrschte man natürlicherweise nur die Zahlen des Alltags, die immerhin kleinen Mengen, die man bisher mit den römischen Ziffern bewältigt hatte. Es dauerte lange, jahrhundertelang, bis man das neue Verfahren grundsätzlich für die allgemeinen Zahlen anwandte und vor allem auch für immer größere Mengen. Das Hintennachhinken eines entsprechend einfachen Wortsystems hinderte vor allem die vollkommene Durchführung des ganzen Gedankens. Man hatte keine Namen für die Potenzen jenseits Tausend. Einer, Zehner, Hunderter, Tausender waren eingeführte Begriffe. Tausend war die größte Mengennorm, genau wie im römischen System. Was darüber lag, mußte alles in Tausendern ausgedrückt werden. Die entstehende Wortschwulst hat dann wieder verwirrend auf die Darstellung in Zeichen gewirkt, so daß ziemliches Durcheinander herrschte. Vor allem war noch nicht zum Bewußtsein durchgedrungen, daß man ein Mittel gefunden hatte, beliebig große endliche Mengen dem Begriffe und dem Zeichen nach zu beherrschen; man hatte noch nicht extrapolieren gelernt. Adam Ries, der wohl als der beste Rechner seinerzeit im arabischen System gelten darf, konnte beispielsweise die Million nicht anders ausdrücken, als daß er die Tausende, aus denen sie sich zusammensetzte, aneinanderreihte und hintereinander schrieb. Die Zahl 45 329 564 257, die wir heute in Worten lesen: 45 Milliarden 329 Millionen 564 Tausend 257, schrieb und las Ries so: 45 tausend tausendmaltausend 3 hunderttausendmaltausend 29 tausendmaltausend 5 hunderttausend 64 tausend und 257. Wir erkennen hier, daß die damalige Zeit kaum erst die römischen Ziffern verdaut hatte. Sie stand noch völlig unter deren Bann. Auch der Lateiner hat kein Wort für die Million, noch weniger eins für die Milliarde. Er drückt Million ganz ähnlich aus: zehnmaljehunderttausend (decies centena milia).

Es sind seit Adam Ries einige Jahrhunderte vergangen. Wir haben zu dem Erbe der alten Welt mancherlei hinzugefügt. Insbesondere haben wir die Grenze der beherrschbaren Mengen noch viel weiter hinausgerückt. Millionen, Milliarden, Billionen usw. sind geschaffen worden. Und wir wissen heute, daß das Dezimalprinzip nicht durch die Größe der Mengen in seiner Anwendung begrenzt ist. Nächst dieser Tat ist eine zweite von bisher unerkanntem Werte geworden, die sich eben so langsam, oder vielmehr noch langsamer als das Dezimalgesetz in dessen Gefolge aus unscheinbaren Anfängen heraus unbewußt zur Geltung gebracht hat: die Dreistellenregel.

Begriff, Zeichen und Wort sind die drei Baustoffe des Zahlensystems. Jeder dieser Stoffe bedarf einer planmäßigen Verarbeitung, wenn wir über die anschaulichen Zahlen hinauskommen wollen. Eine begriffliche Grundlage für das Zustandekommen eines Zahlensystems haben wir im Dezimalsystem erkannt. Durch das arabische Zeichensystem wurde die Beherrschung der Mengen und die Durchsetzung des Dezimalsystems stark gefördert. Wir betrachten es als ein vollkommen ausgebildetes Zeichengefüge. Wenn nun neue wesentliche Elemente im ganzen Zahlengefüge auftreten, so können wir sie nur noch im weitgehend ungeordneten Wortsystem suchen. Entsprechend werden wir von einem einwandfreieren Wortsystem eine ähnliche Belebung erwarten, wie sie durch den Ausbau des Zeichensystems zustande kam. Dieser bisher fehlende letzte Grundstein wird nun durch die Dreistellenregel gebracht. Sie ordnet in erster Linie die Wortzuordnung — nicht die einzelnen Worte, sondern die Beziehungen, denen sich diese beugen. Wir gewinnen ein System für den Aufbau der Worte, so wie wir im lateinischen und arabischen System solche für die Zeichen haben. Das auf Grund der Dreistellenregel geordnete Wortsystem können wir auch das Dreistellensystem nennen. Es beeinflußt die arabische Zeichenzuordnung nur unwesentlich, greift aber um so mehr gestaltend in die allgemeinen Normenverhältnisse ein. Dezimalsystem, arabisches System und Dreistellensystem sind dann die Eckpfeiler der neuzeitlichen Mengennormierung. Erst auf diesen Grundlagen können wir die Sondernormierungen in ihrer Entwicklung weiter verfolgen und vor allem nun bewußt weiter ausgestalten.

Bei der Zeichen- und Wortzuordnung müssen wir je zwei Teile unterscheiden: die einzelnen Zeichen und Worte und die Systeme, nach denen diese aufgebaut sind. Das arabische Zeichensystem läßt die einzelnen Zeichen für die Hauptzahlen vollständig beliebig, ob wir 4 oder dafür ein andres Zeichen schreiben, ist ganz gleichgültig. Die Forderung größter Einfachheit und Brauchbarkeit regelt diese

Frage. Trotzdem sind die arabischen Zeichen aber ebenso wie das System international. Die Dreistellenregel ordnet entsprechend das Wortgefüge für die Zahlen, während es die einzelnen Worte für die Hauptzahlen unberührt läßt. Auf die Lösung dieser Aufgabe wird hier nicht eingegangen, obwohl da noch ein großes Gebiet der Unordnung vorliegt. Die Dreistellenregel ist nun ebenfalls international im Gebrauch, die Worte dagegen sind national zersplittert.

Wie lesen wir die Zahlzeichen? Die Hauptzahlen von Null bis Neun haben selbständige Namen bekommen, ebenso die dezimalen Gruppen. Damit ist die erste Grundlage für die Zifferbenennung gewonnen. Im deutschen Sprachgebrauch haben wir die Dezimaler: Einer, Zehner, Hunderter, Tausender, Zehntausender, Hunderttausender, Millioner, Zehnmillioner, Hundertmillioner, Milliarder usw. Ganz abgesehen von der nicht zu rechtfertigenden Silbenschwulst sehen wir, daß nicht alle Dezimaler einen selbständigen Namen haben. Die ersten vier sind unabhängig voneinander. Million, Milliarde, Billion sind ebenfalls selbständige Worte, die zwischenliegenden Dezimaler aber sind zusammengesetzt aus zehn oder hundert und einem selbständigen Dezimaler. Wir bevorzugen demgemäß bestimmte Dezimaler: Einer, Tausender, Millioner, Milliarder, Billioner usw. sind die Hauptdezimaler, dazu kommen Zehn und Hundert, die als Hauptdezimaler Verwendung finden wie auch allgemeiner zu Zusammensetzungen benützt werden. Hier haben sich, wie wir sehen, Abweichungen vom Zeichensystem eingebürgert, die wir etwas näher untersuchen wollen.

Mit Hilfe der Hauptzahlen und der Dezimaler müßten wir nach dem Zeichensystem die Zahl 60257 lesen: 6 Zt 0 T 2 H 5 Z 7 E. Das Zeichensystem hat die Angabe der Dezimaler durch die geregelte Anwendung des Stellengesetzes ausgeschaltet. Im Worte lassen wir herkömmlich dagegen die Dezimaler nicht weg (von der Unterdrückung des „Einer" abgesehen). Sämtliche europäische Sprachen deuten sie irgendwie an. Die Methoden der einzelnen Sprachengruppen sind allerdings untereinander verschieden, so daß wir hier vor einer Zersplitterung stehen, die wir nur an den Sonderfällen studieren könnten und deren Organisation noch aussteht. Die Benennung „Zehner" wird durchgängig mit der vorangehenden Hauptzahl verschmolzen: fünfzig, cinquante, fifty, quinquaginta. Sind gleichzeitig Zehner und Einer vorhanden, so tritt allenthalben eine Verschmelzung ein: sechzehn, seize, sixteen sedezim. Diese Verschmelzung wird wieder aufgehoben, sobald mehr als ein Zehner vorliegt. Die Hunderter verbinden die neueren Sprachen nicht mit der Hauptzahl: drei hundert, trois cents, three hundreds, dagegen trecenti. Auch die Tausender werden allenthalben nicht mit der Hauptzahl verschmolzen und selbständig gelesen wie die Hunderter. Die Zehntausender werden überhaupt nicht selbständig gelesen, ebenso die Hunderttausender nicht, erst die Millioner wieder. Das ist eine auffallende Eigentümlichkeit. Wir lesen jetzt 579: fünfhundertneunundsiebzig. In dieser Weise beherrschen wir die Zahlen von 1 bis 999, die Zählung bis in die Hunderte. Bei den größeren Zahlen tritt die Eigentümlichkeit auf, daß wir die Tausender, Millioner, Milliarder, kurz die millesimalen Dezimaler, als selbständige Einheiten stets bis in die Hunderte zählen, nie darüber hinaus. Wir zählen im Worte die Einer, Tausender, Millioner usw. stets von 1 bis 999. Mit der angedeuteten Wortbildung bis in die Hunderter kommen wir für alle weiteren Zahlen vollständig aus. Wir behandeln immer je drei Stellen des dezimalen Systems bei der Wortbildung selbständig und in gleicher Weise. Das ist die Dreistellenregel. Die Zahl 45329564 257 lesen wir 45 Milliarden 329 Millionen 564 Tausend 257 (Einer). Wir erkennen nun, warum wir für die millesimalen Dezimaler selbständige Worte haben (Tausend, Million, Milliarde usw.), während für die zwischenliegenden auf Zehn und Hundert bezogene Worte eingeführt sind, die beim Lesen überhaupt nicht angewandt werden — weil wir immer bloß von 1 bis 999 zu zählen brauchen. Die Worte Zehn und Hundert werden nur in der ersten millesimalen Gruppe selbständig zur Bildung der Zahlworte von 1 bis 999 benutzt.

Dieses Verfahren ist uns schon in Fleisch und Blut übergegangen. Es ist aber ein Beitrag der neuesten Zeit zur Beherrschung der Mengen. Adam Ries hatte das Hilfsmittel noch nicht. Er hatte nicht für die millesimalen Mengennormen selbständige Worte. Der Tausender war bei den Alten und im Mittelalter die größte Mengennorm. Sie wurde bei den Römern wie bei den neuen Kulturen selbständig gezählt und als Benennung benutzt, ohne je mit dem vorhergehenden Zahlwort verschmolzen zu werden. Dieser Umstand ist der Grund, daß wir nach drei Stellen gliedern; er geht also auf die Alten zurück. Die selbständige Behandlung der lateinischen Tausender ist der Anfang des Dreistellensystems, nur war es an diesem Anfang noch nicht zu erkennen. Adam Ries mußte bei der oben angeführten Zahl notwendig auch eine Gliederung anwenden, denn er kannte ja auch bloß Zahlworte bis 999. Er gliederte aber:

45 329 564 275. Das heißt, er benutzte dem Worte nach außerdem den Hundertmillioner und den Hunderttausender als selbständige Normen im Gegensatz zur Gegenwart. Er besaß erst eine einzige volle millesimale Gruppe, nämlich die Einergruppe von 1 bis 999.

Diese millesimale Gruppierung ist nun auch auf die Schreibweise übergegangen. Die Menge 45329564257 können wir nicht lesen und bewerten, wenn wir nicht von rechts nach links je drei Stellen zusammenfassen. Von vornherein erleichtern wir uns daher grundsätzlich bei größeren Zahlen die Wortbildung, indem wir diese Gruppierung auch schriftlich vornehmen und Lücken zwischen den millesimalen Dezimalern lassen. Dies ist eine Anwendung des Stellenwertes. Man benutzt sogar die Freilassung eines kleinen Raumes zur Zuordnung bestimmter Normen, die wir aber auf jeden Fall aussprechen und nicht etwa auch durch Sprechpausen andeuten. Dabei ist noch erschwerend zu merken, daß nicht jede Lücke dieselbe Bedeutung hat, sondern daß jede Lücke einer andern millesimalen Norm entspricht. Beim Lesen einer Zahl muß man daher jedesmal erst abzählen, wieviel Dreiergruppen vorhanden sind, um jede Lücke richtig zu benennen. Die dezimalen Normen sind in einer Zahl durch die Stellen in jeder Dreiergruppe gekennzeichnet, die millesimalen Dezimaler außerdem durch Lücken. Auffällig ist aber an der ganzen Methode wieder, daß gerade die Drei diese größte Gruppe ist, die wir anschaulich übersehen beim Schreiben wie beim Sprechen. Sie hat ihren Ursprung im lateinischen Zeichen- (III) und auch Wortsystem (mille wurde als erste lateinische Mengeneinheit genau so wieder wie der Einer behandelt), aber bis heute haben wir diese Gruppe nicht als zu klein empfunden. Es fragt sich, ob sich je etwa eine Vierstellenregel nötig machen wird, wenn wir unseren Mengenbereich in übersichtlicher Weise noch weiter ausdehnen wollen, oder ob hier andere Prinzipien ordnend eingreifen, oder gar ebenfalls unbewußt schon eingegriffen haben.

Das Dreistellensystem konnte in den alten Kulturen nur andeutungsweise einsetzen, da es sich erst bei der Bewältigung größerer Mengen, als die Alten beherrschten, in den Vordergrund drängt. Trotz der Bereitstellung des begrifflichen Dezimalsystems und des arabischen Zeichensystems könnten wir von beiden nur schlechten Gebrauch machen, wenn nicht das Dreistellensystem eine einfache, entsprechend übersichtliche Wortzuordnung vermittelte. Ohne das Dreistellensystem würden wir mit den Zahlen nur umgehen können, wie etwa die Taubstummen, ohne das arabische Zeichensystem dagegen wie die Blinden.

Auf Grund der neuen Regel haben wir bloß eine Zählung bis 999 von einigermaßen größerer Selbständigkeit, die entsprechend den dezimalen Stellenwerten vorgenommen wird. Alle größeren Mengen werden nach millesimalen selbständigen Einheiten gemessen, die alle bis 999 gezählt werden. Unser Wortsystem ist ein Dezimalsystem mit übergelagertem Millesimalsystem. Wie wir nun übersehen, müssen wir dreierlei wesentlich verschiedene Zählmethoden in unserm „Zählen" voneinander unterscheiden. Die Mengen von 0 bis 9 beherrschen wir nach anschaulichem Verfahren durch selbständige Zeichen und Worte für jede der Mengen, durch die Hauptzahlen. Die Namen der Mengen von 10 bis 999 werden aus den Hauptzahlen und den Dezimalern gebildet in eben beschriebener Weise. Größere Mengen werden durch wiederholte Zählung von 1 bis 999 unter Anwendung millesimaler selbständiger Mengennormen übersichtlich gemacht.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen Zeichen- und Wortsystem besteht nun darin, daß wir in der Bezeichnung keinerlei Schranken durch die Größe der Zahlen finden. Wir können sehr viele dezimale Stellen, auch zu dreien gruppiert, nebeneinander schreiben. In der Benennung dagegen stellen sich uns unüberwindliche Schranken entgegen, denn wir müssen die millesimalen Lücken richtig benennen, was schon nach wenigen Dreiergruppen praktisch unmöglich wird. Wir beherrschen auf diese Weise unsere Mengen wiederum nur insoweit, als sie unterhalb einer gewissen Grenze liegen. Die Milliarde lesen wir noch bequem. Bei Billionen sind vier derartige Dreiergruppen zu unterscheiden. Wir müssen da schon zweimal hinsehen, um die Billionengruppe richtig zu treffen. Noch größere Gruppen kommen nicht vor, obwohl wir theoretisch noch Namen dafür haben, — oder sie werden vermieden. Schon die Billion ist uns unbequem. Auch hier verlieren wir wiederum die anschauliche Übersicht, sobald mehr als drei bis vier Dreiergruppen vorliegen. Und um anschauliche Übersicht handelt es sich beim Zahlenlesen, da wir nicht erst die millesimalen Gruppen bei der Wortzuordnung der Reihe nach abzählen können. Letzten Endes setzt also doch das Unvermögen größerer anschaulicher Übersicht unserer Mengenbeherrschung eine Grenze. Durch Systembildung ist diese Grenze aber von den kleinen anschaulichen Hauptzahlen bis hinaus in die Billionen verschoben worden.

Die Behandlung noch größerer Mengen wird

unbequem und umständlich. Wir brauchen mit andern Worten neue Verfahren zu ihrer Beherrschung, denn größere Mengen liegen durchaus nicht außerhalb unseres Alltagsbereiches! Wir brauchen bloß an die kosmischen Längen zu erinnern. Die Entfernung der Sterne in Kilometern gemessen führt zu „unheimlich" großen Mengen, die wir mit den bisherigen Mitteln nicht beherrschen können. Hier haben wir dann die äußere Grenze des Wirkungsbereiches der Dreistellenregel. Verfahren grundverschiedener Art werden zur Übersicht über noch größere Mengen herangezogen.

Die Normung der Normensysteme.

Wir haben eine vom praktischen Standpunkt aus ideal zu nennende Mengenmessung. Und wir müssen den Satz als selbstverständlich und notwendig hinstellen, daß nun alle Normierungen besonderer Mengen der allgemeinen Mengenmessung unterzuordnen sind, falls nicht gerade besondere Eigentümlichkeiten der behandelten Mengen eine andere Lösung bedingen. Die Sondernormierungen sind an die millesimal-dezimale Mengenmessung anzuschließen. Herkömmlich aber sagt man, sie sind an das Dezimalsystem anzuschließen. Hierin liegt ein großer Unterschied. Es genügt nicht, wie allgemein angenommen und durchgeführt, die abgeleiteten Normen eines Maßsystems dezimal abzustufen. Dabei treten erfahrungsgemäß Unzulänglichkeiten auf, die eben daher rühren, daß unsere Mengenmessung nicht eine dezimale, sondern eine millesimal-dezimale ist. Das reine Dezimalsystem mag einstens auch für die Mengenmessung, z. B. von Adam Ries, beabsichtigt gewesen sein, es ist aber eine Abart desselben im Laufe der Zeit zur Herrschaft gelangt, und zwar ganz ohne Absicht. Daher ging die Umformung nicht in die bewußte Ausgestaltung der neuzeitlichen Maßsysteme über, und es ergaben sich notwendig Widersprüche oder zum mindesten vermeidbare Reibungen und Unklarheiten.

Die Frage nach dem Zweck einer Unterordnung der besonderen Maßsysteme unter die Mengenmessung ist leicht zu beantworten. Die getrennt entwickelten oder rückständigen Sondernormierungen bilden eine Zersplitterung untereinander. Die Ordnung dieser Zersplitterung unter Zugrundelegung der allen diesen Normierungen gemeinsamen Bestandteile, die eben in der allgemeinen Mengenbeherrschung vereinigt sind, beseitigt ein Chaos. Und gerade diese höhere Organisation der Normensysteme untereinander bringt der Menschheit eine derartige Energieersparnis, daß wir ohne sie die gegenwärtigen Wirtschaftszustände nicht aufrecht erhalten könnten, weil viel zu viel Arbeit an die Bewältigung der als grundverschieden angenommenen Maßsysteme und ihrer gegenseitigen Beziehungen gewandt werden müßte. Es ist ein Unterschied, ob das Kind in der Schule nur den Umgang mit Zahlen sich anzueignen braucht, um auch ohne weiteres den Umgang mit quantitativen Normierungen zu beherrschen, oder ob jedes einzelne Maßsystem getrennt und mit neuen Eigenheiten gelernt werden muß. Viel größer noch ist der entsprechende Unterschied in der Anwendung dieser Systeme im alltäglichen Haushalt der Völker.

Bei der Betrachtung der einzelnen Systeme erkennen wir, daß diese Gesamtnormierung schon ziemlich vorgeschritten ist. Andrerseits finden wir aber auch Verhältnisse, die wir mit den bisherigen Mitteln nicht recht zufriedenstellend überblicken und klar ausarbeiten können. Es fehlen uns die ordnenden Gedanken zu dieser Arbeit. Diese sind nun gewonnen in der Feststellung der einzelnen Baustoffe der Mengennormierung. Wenn wir jeden Grundstoff und seine planmäßige Verarbeitung sinngemäß auf die einzelnen Normierungen übertragen, werden wir die bisherige Undurchsichtigkeit der vielerlei Strömungen in einem Sondersystem vollständig klären und auch aus diesem Wust ein geordnetes Gefüge schaffen. Unsere Aufgabe ist: das begriffliche Dezimalsystem, das arabische Zeichensystem und die Dreistellenregel planmäßig in die Sondernormierungen hineinzuarbeiten.

Die sinngemäße Unterordnung der Einzelsysteme unter die drei Gesichtspunkte muß an den Sondernormierungen selbst vorgenommen werden. Begriffs- und Zeichensystem lassen sich unschwer in ihrer Wirkung abgrenzen, die Dreistellenregel dagegen bringt zahlreiche neue Forderungen an Aufbau und Gebrauch der Sondernormierungen. Mängel und Unstimmigkeiten in unseren Maßgefügen weiß jedermann aus seiner Erfahrung aufzuzählen. Wir brauchen bloß an die schwerfällige Benennung unserer Flächen- und Raummaße zu denken, die mit sechssilbigen Worten sich in unserer heutigen Welt wie Urväterhausrat ausnehmen. Ebenso schwerfällig ist ihre gegenseitige Umrechnung, oder scheut sich nicht etwa jeder, Quadratzentimeter in Quadratmeter umzudenken? Alle diese Fragen gehören hierher. Wie kommt es, daß wir von den vielen dezimalen Längenmaßen, die aufgestellt sind (Kilometer, Hektometer, Dekameter, Meter, Dezi-, Zenti-, Millimeter),

durchaus nicht alle benutzen? Dasselbe tritt ein bei den Gewichtsmaßen. Warum haben wir merkwürdigerweise in unseren Münzgefügen überhaupt nur eine einzige Einheit, warum sind wir mit bestem Erfolg ohne Kilo-, Hekto-, Dekamark und ohne Dezi-, Zenti-, Millimark ausgekommen? Welche Forderungen ergeben sich an eine haltbare Zeit- und Winkelmessung? Denn daß wir hier noch in altertümlichsten Verhältnissen herumstapfen, weiß und bedauert jeder, der mit diesen Maßen zu tun hat. Unsere zusammengesetzten Einheiten, wie solche für Geschwindigkeiten, Beschleunigungen, Rotationen usw., stecken alle noch in den Kinderschuhen.

Es kann hier nicht auf diese zahlreichen wichtigen Fragen näher eingegangen werden, sie finden eingehende Erledigung und Ordnung in der Ausgangsarbeit, auf die hier verwiesen sei. Nur auf einige Punkte daraus sei noch aufmerksam gemacht. Ein strittiges Maß für Technik und Wissenschaft ist das Zentimeter. In der Arbeit findet sich der Nachweis, daß das Zentimeter als organisatorisch unhaltbares Maß grundsätzlich zu meiden ist, genau so wie Dezimeter, Hektometer und Dekameter. Entsprechende Folgerungen ergeben sich für alle anderen Maßgebiete. — Eine Beobachtung können wir ferner auf fast allen Maßgebieten machen, nämlich daß sie nicht mehr ausreichen. Größere und kleinere Maße als die bisher vorgesehenen werden gebildet, mit denen größte und kleinste Mengen gemessen werden, z. B. die Maße für die Lichtwellen oder überhaupt für die mikroskopischen Abmessungen. Andrerseits braucht der Astronom Maße, um seine unheimlich großen Dimensionen im Weltenraum zu meistern. Lichtjahre hat er als Berufsmaß eingeführt. Wir kommen hier gleichzeitig zur Beantwortung der Frage, wie es denn dem Menschen gelungen ist, noch größere Mengen, die er mit seinen Zahlen in beschriebener Weise nicht mehr übersehen kann, wie er diese trotzdem durch Verschiebung von Einheiten in gewisser Weise in seinen Geisteshorizont hereinholt. Wir kommen ferner so zur Erweiterung unseres Alltagsbereiches der Maße nach oben durch einen kosmischen Bereich und nach unten durch einen Mikrobereich. In welchem Zusammenhang haben all diese Maße zu stehen, wenn wir die zweckmäßigsten Formen anwenden wollen? Es ergibt sich schließlich ein allgemeinstes Gefüge, das all den riesigen Umfang umspannt, das Universalsystem, dem sich die Sondermessungen sinngemäß anzupassen haben, wenn sie ihren Bereich zweckmäßig beherrschen wollen.

(Eingegangen 31. Juli 1918.)

Tagesereignisse.

Am 27. und 28. Mai fand in Freiberg in Sachsen eine vom Sächsischen Bergamt einberufene Tagung statt, die sich die Vereinheitlichung der in Badeorten vorzunehmenden Messungen des Emanationsgehaltes radioaktiver Quellen zum Ziel gesetzt hatte. Nach einem Referat Prof. Ludewigs über die bisher üblichen Methoden und die dabei auftretenden Schwierigkeiten wurde eine Kommission eingesetzt, um die Richtlinien für untereinander vergleichbare Angaben für die Zukunft sicher zu stellen. Nach den Vorschlägen der Kommission einigte man sich auf die folgenden Grundsätze:

1. Es wird empfohlen, den Emanationsmessungen von Quellwässern in Zukunft Normallösungen zugrunde zu legen.
2. Die Versammlung ersucht Prof. Geiger sich dahin zu verwenden, daß die Physikalisch-Technische Reichsanstalt in Berlin-Charlottenburg den Interessenten Radiumnormallösungen von der Größenordnung 10^{-6} mg Radium zur Verfügung stellt.
3. Als internationale Radiumemanationseinheit wird das Curie anerkannt. Als praktische Einheit für die Angabe der Radioaktivität von Quellen wird 10^{-10} Curie pro Liter empfohlen.
4. Es wird empfohlen, bei Emanationsmessungen von Quellen nicht das Wasser selbst, sondern die ausgetriebene Emanation in den Meßraum zu bringen.

Bei allgemeiner Anerkennung, die sich Mache um die ersten quantitativen Messungen auf diesem Gebiete erworben hat, wurde es doch als wünschenswert angesehen, sich der Internationalen Einheit anzuschließen. Es konnte jedoch nicht verkannt werden, daß eine wesentlich kleinere Einheit (10^{-10} Curie) für die Praxis als wünschenswert erscheinen muß. Da es sich für die Bäderpraxis empfehlen wird, einen eigenen Namen für 10^{-10} Curie pro Liter zu wählen, wird hierfür der Name „Eman" vorgeschlagen.

An der Tagung nahmen teil: K. Bennewitz-Berlin, H. Dember-Dresden, L. Fresenius-Wiesbaden, H. Geiger-Charlottenburg, O. Hahn-Berlin-Dahlem, F. Henrich-Erlangen, E. Lorenser-Freiberg i. S., P. Ludewig-Freiberg i. S., W. Marckwald-Berlin, Lise Meitner-Berlin-Dahlem, St. Meyer-Wien, J. Tuma-Prag.

Ferner waren zugegen: Vertreter der sächsichen Regierung, des sächsischen Bergamts, der Bergakademie Freiberg i. S., und der Badeorte: Brambach, Bad Elster, Gastein, St. Joachimsthal, Karlsbad, Kreuznach, Oberschlema und Teplitz.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt: Der Privatdozent Dr. Paul Funk zum a. o. Professor der Mathematik an der Deutschen Technischen Hochschule Prag, der ord. Professor der Mineralogie an der Universität Frankfurt/Main Dr. Arrien Johnsen in gleicher Eigenschaft an der Universität Berlin.

Angebote.

Institutsmechaniker

gesucht zum 1. 10. 21. Meldungen mit Lebenslauf und Zeugnisabschriften erb. an d. Dir. d. Instituts für Experimentalphysik in Königsberg i. Pr., Steindamm 6.

Für die Schriftleitung verantwortlich Dr. Georg Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Max Kohl A.G. Chemnitz

Volleingezahltes Kapital Mk. 2400000.

61392. Drehspul-Spiegelgalvanometer.

Physikalische Apparate

Funken-Induktoren
Ölluftpumpen
Experimentier-Schalttafeln
Projektions-Apparate
Laboratorienmöbel

in gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel 1910: 4 Grosse Preise; Turin 1911: 2 Grosse Preise; Dresden 1911: Grosser Preis.

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG.

Soeben ist erschienen:

Plancks Elementares Wirkungsquantum und die Methoden zu seiner Messung

von

Dr. Rudolf Ladenburg

Privatdozent für Physik an der Universität Breslau

Mit 12 Abbildungen. Preis 8 Mark.

Eine kritische Besprechung der verschiedenen Meßmethoden von h mit einer kurzen einheitlichen theoretischen Herleitung und einem ausführlichen Literaturverzeichnis, sowie mit einer Zusammenstellung der wichtigsten Atomkonstanten berechnet auf Grund des Wertes h ($6{,}54 + 1 \times 10^{-29}$ erg. sec).
Die Arbeit erschien als Erstdruck im Jahrbuch der Radioaktivität und Elektronik.

Inhaltsverzeichnis:

(Z. B. — Zusammenfassende Bearbeitungen. B. — Besprechungen.)

Seite

Atome: Über Lichtanregung und Ionisation von — und Molekülen durch Stöße langsamer Elektronen, v. J. Franck. (Z. B.) . . . 388
Dinglers Kritik: Erwiderung auf H. — an der Relativitätstheorie, v. H. Reichenbach . . . 379
Einsteinsche Lichtquanten und räumliche Struktur der Strahlung, v. M. Wolfke . . . 375
Einsteinsche Theorie: Gespräch über die — v. H. Schimank. (B.) . . . 392
Elektronen: Über Lichtanregung und Ionisation von Atomen und Molekülen durch Stöße langsamer —, v. J. Franck. (Z. B.) . . . 388
Franck, J., Über Lichtanregung und Ionisation von Atomen und Molekülen durch Stöße langsamer Elektronen. (Z. B.) . . . 388
Gruner, P., Eine elementare geometrische Darstellung der Transformationsformeln der speziellen Relativitätstheorie . . . 384
Guillaume, Ed., Graphische Darstellung der Optik bewegter Körper . . . 386
Günther, E., Über die Messung von Tourenzahlen mit Hilfe stroboskopischer Erscheinungen im Wechselstrombogenlicht . . . 369
Ignor, A., Über die Dichte von Packungen und die Fallgeschwindigkeit von Lykopodium . . . 370
Ionisation: Über Lichtanregung und — von Atomen und Molekülen durch Stöße langsamer Elektronen, v. J. Franck. (Z. B.) . . . 388
Kohlrausch, F., Lehrbuch der praktischen Physik. (B.) 392
Körper: Graphische Darstellung der Optik bewegter —, v. E. Guillaume . . . 386
Kottler, F., Berichtigung zu der Arbeit „Rotierende Bezugssysteme in einer Minkowskischen Welt" . . . 392
Lichtanregung: Über — und Ionisation von Atomen und Molekülen durch Stöße langsamer Elektronen, v. J. Franck. (Z. B.) . . . 388
Lichtquanten: Einsteinsche — und räumliche Struktur der Strahlung, v. M. Wolfke . . . 375
Lykopodium: Über die Dichte von Packungen und die Fallgeschwindigkeit von —, v. A. Ignor . . . 370
Minkowskische Welt: Berichtigung zu der Arbeit „Rotierende Bezugssysteme in einer —", v. F. Kottler 392
Moleküle: Über Lichtanregung und Ionisation von Atomen und — durch Stöße langsamer Elektronen, v. J. Franck. (Z. B.) . . . 388
Optik: Graphische Darstellung der — bewegter Körper, v. E. Guillaume . . . 386
Physik: Lehrbuch der praktischen —, v. F. Kohlrausch. (B.) . . . 392
Reichenbach, H., Erwiderung auf H. Dinglers Kritik an der Relativitätstheorie . . . 379
Relativitätstheorie: Erwiderung auf H. Dinglers Kritik an der — v. H. Reichenbach . . . 379
— Eine elementare geometrische Darstellung der Transformationsformeln der speziellen —, v. P. Gruner 384
Schimank, H., Einsteinsche Theorie. (B.) . . . 392
Strahlung: Einsteinsche Lichtquanten und räumliche Struktur der —, v. M. Wolfke . . . 375
Stroboskopische Erscheinungen: Über die Messung von Tourenzahlen mit Hilfe — im Wechselstrombogenlicht, v. E. Günther . . . 369
Tourenzahlen: Über die Messung von — mit Hilfe stroboskopischer Erscheinungen im Wechselstrombogenlicht, v. E. Günther . . . 369
Transformationsformeln: Eine elementare geometrische Darstellung der — der speziellen Relativitätstheorie, v. P. Gruner . . . 384
Wechselstrombogenlicht: Über die Messung von Tourenzahlen mit Hilfe stroboskopischer Erscheinungen im —, v. E. Günther . . . 369
Wolfke, M., Einsteinsche Lichtquanten und räumliche Struktur der Strahlung . . . 375

Zur Prüfung der eingehenden Materialien (Metalle, Gummi, Rohöle usw.) **suchen** wir zum baldigen Diensteintritt einen

technisch gebildeten Herrn

Ingenieur, Techniker oder Chemiker,

der Erfahrungen auf dem Gebiete der modernen Prüfungs- und Untersuchungsverfahren besitzt.

Herren, die in den staatlichen Prüfungsanstalten tätig waren, werden bevorzugt.

Ausführliche Angebote mit Bildungsgang und Gehaltsansprüchen erbeten an das

Sekretariat
der Deutschen Telephonwerke G. m. b. H.,
Berlin SO. 33, Zeughofstr. 6/9.

Radioaktive Präparate

speziell Radium-Bromid zu kaufen gesucht. **Radium-Bromid G. m. b. H., Dresden, Sedanstr. 7.**

Verlag von S. HIRZEL in Leipzig.

Prinzipien der Atomdynamik von **Dr. J. Stark**
In drei Teilen.

I. Die elektrischen Quanten. Preis geh. M. 17.—, geb. M. 15.— (Nicht mehr einzeln käuflich.)
II. Die elementare Strahlung. Preis geheftet M. 24.—, gebunden M. 30.—
III. Die Elektrizität im chemischen Atom. Preis geheftet M. 24.—, gebunden M. 30.—
einschließlich Teuerungszuschlag.